แบบฝึดหัดเพิ่มเติม เนื้อหากลางภาค 2/2561

รหัสวิชา 525203 ชื่อวิชา Engineering Dynamics อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.วัชรพงษ์, อ.ดร.วิทูรย์, อ.ดร.เอกรงค์ .

---

1. อนุภาคเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงด้วยความเร่ง $a(t) = (2t - 1)$ m/s^2 เมื่อเวลา t มีหน่วยเป็นวินาที ถ้าขณะเวลา $t = 0$ s อนุภาคอยู่ที่ตำแหน่ง $s = 1$ m และมีความเร็ว $v = 2$ m/s **จงคำนวณหา**
   1.1 ความเร็วของอนุภาคที่เวลา $t = 6$ s ($v_{@t=6\ s}$)
   1.2 ตำแหน่งของอนุภาคที่เวลา $t = 6$ s ($s_{@t=6\ s}$)
   1.3 ความเร็วที่น้อยที่สุดของอนุภาค (v_{min}) และเกิดขึ้นที่เวลาใด ($t_{@v,min}$)
   1.4 ระยะทางรวมที่อนุภาคเคลื่อนที่ได้ในช่วงเวลา 0 ถึง 6 วินาที ($s_{@0<t<6\ s}$)

แบบฝึดหัดเพิ่มเติม เนื้อหากลางภาค 2/2561

รหัสวิชา 525203 ชื่อวิชา Engineering Dynamics อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.วัชรพงษ์, อ.ดร.วิทูรย์, อ.ดร.เอกรงค์ .

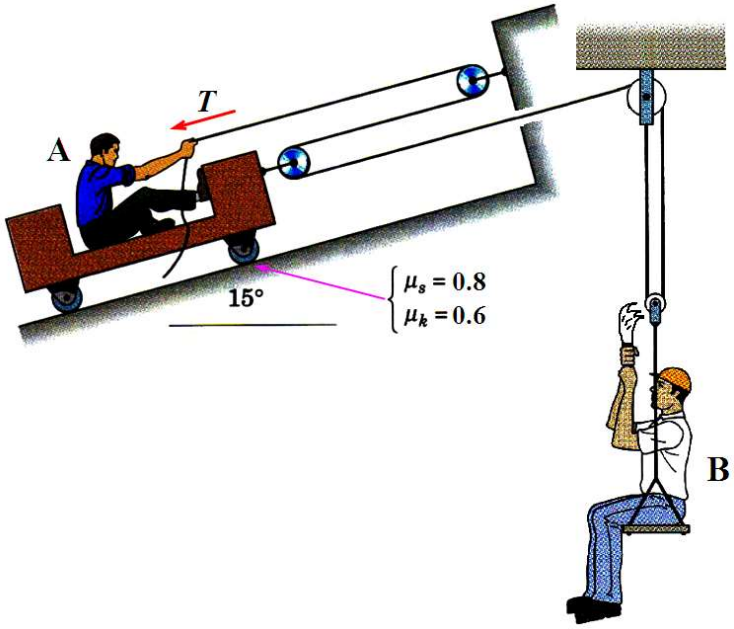
2. ผู้ชาย *A* นั่งอยู่ในรถลากตัวเอง มีมวลรวมกันคือ $m_A = 75kg$ กำลังออกแรงดึงตัวเองด้วยแรง T ขึ้นตามพื้นเอง 15° ที่มีค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างล้อกับพื้นคือ $\mu_s = 0.8,\ \mu_k = 0.6$ โดยใช้ระบบลูกรอกและสายเคเบิล และสายเคเบิลนี้ได้ยึดติดกับเก้าอี้ที่มีผู้ชาย *B* นั่งอยู่ มีมวลรวมกันคือ $m_B = 50kg$ ดังรูป โดยเริ่มต้นระบบถูกปล่อยจากหยุดนิ่ง

<u>จงคำนวณหา</u> ความเร่งของผู้ชาย *A* $\left(\vec{a}_A\right)$, ความเร่งของผู้ชาย *B* $\left(\vec{a}_B\right)$, อัตราเร่งของการดึงเชือกของผู้ชาย *A* $\left(\ddot{L}\right)$, และความเร่งสัมพัทของผู้ชาย *A* เทียบต่อ *B* $\left(\vec{a}_{A/B}\right)$ ในกรณีต่างๆ ดังนี้

กรณี (*a*): ผู้ชาย *A* จับเชือกไว้เฉยๆ โดยไม่มีการดึงเข้าหาตัวเองหรือปล่อยเชือกออก

กรณี (*b*): ผู้ชาย *A* ออกแรงดึงเชือกเข้าหาตัวเองด้วยแรง $T = 300\,N$

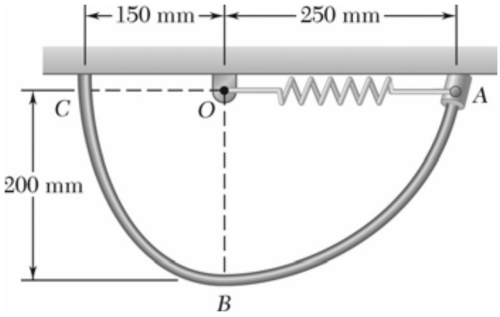
(***<u>หมายเหตุ</u>*** ให้พิจารณาระบบเป็นอนุภาค คือเป็นการเคลื่อนที่แบบไถลที่ไม่มีการหมุนของล้อรถ *A*)



แบบฝึดหัดเพิ่มเติม เนื้อหากลางภาค 2/2561

รหัสวิชา 525203 ชื่อวิชา Engineering Dynamics อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.วัชรพงษ์, อ.ดร.วิทูรย์, อ.ดร.เอกรงค์ .

3. ปลอกมวล 2 kg ติดกับสปริงและสามารถเคลื่อนที่ได้ตามไกด์ *ABC* โดยไม่เกิดแรงเสียดทานดังรูป โดยค่านิจสปริง k = 600 N/m และสปริงไม่มีระยะยืดหรือหดขณะปลอกอยู่ที่ตำแหน่ง *C* ถ้าปลอกถูกปล่อยจากจุดหยุดนิ่งที่ตำแหน่ง *A* **<u>จงคำนวณหา</u>**



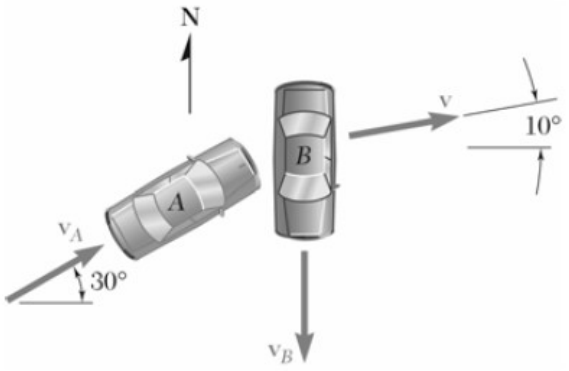
3.1 ความเร็วของปลอกขณะผ่านจุด *B* (v_B)

3.2 ความเร็วของปลอกขณะผ่านจุด *C* (v_C)

แบบฝึดหัดเพิ่มเติม เนื้อหากลางภาค 2/2561

รหัสวิชา 525203 ชื่อวิชา Engineering Dynamics อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.วัชรพงษ์, อ.ดร.วิทูรย์, อ.ดร.เอกรงค์ .

4. รถ B กำลังเคลื่อนที่ไปทางทิศใต้ และรถ A กำลังเคลื่อนที่ไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ (ทิศทำมุม 30° กับแนวระดับ) รถ A และ B เกิดการชนกันที่ทางแยก ส่งผลให้รถทั้งสองคันติดกันและไถลไปตามถนนโดยมีทิศไปในทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ (ทำมุม 10° กับแนวระดับ) หลังเกิดอุบัติเหตุคนขับรถแต่ละคันอ้างว่าขับมาด้วยความเร็วไม่เกิน 50 km/h ตามที่ป้ายเตือนความเร็วระบุไว้ และต่างก็พยายามจะชะลอความเร็วของรถของตัวเองแต่สุดท้ายก็ไม่สามารถหลีกเลี่ยงการชนได้ เพราะว่ารถอีกคันมาด้วยความเร็วที่มากกว่า 50 km/h ถ้าทราบว่ารถ A และ B มีมวล 1500 kg และ 1200 kg ตามลำดับ อยากทราบว่าจากหลักฐานที่ปรากฏ รถคันไหนที่มาด้วยความเร็วที่มากกว่า และรถที่ขับมาด้วยความเร็วที่มากกว่าขับมาด้วยความเร็วเท่าใดหากรถอีกคันขับมาด้วยความเร็ว 50 km/h



แบบฝึดหัดเพิ่มเติม เนื้อหากลางภาค 2/2561

รหัสวิชา 525203 ชื่อวิชา Engineering Dynamics อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.วัชรพงษ์, อ.ดร.วิทูรย์, อ.ดร.เอกรงค์ .

เอกสารประกอบการสอบ (สูตรคำนวณ)

Table1. Kinematic relations (1D)

Type of Motion	Equations of kinematic Relationship
General Case ($\bar{a} \neq const.$)	$a = \frac{dv}{dt}$ $v = \frac{ds}{dt}$ $v\,dv = a\,ds$
Special Case ($\bar{a} = const.$)	$v = v_0 + at$ $v^2 = v_0^2 + 2a(s - s_0)$ $s = s_0 + v_o t + \frac{1}{2}at^2$

Table2. Kinematic relations (2D)

Coordinates	Velocity	Acceleration
Rectangular (x - y)	$v_x = \dot{x}$ $v_y = \dot{y}$	$a_x = \ddot{x}$ $a_y = \ddot{y}$
Normal and Tangential (n - t)	$v_n = 0$ $v_t = \rho\dot{\beta}$	$a_n = \frac{v_t^2}{\rho}$ $= v_t\dot{\beta} = \rho\dot{\beta}^2$ $a_t = \dot{v}_t$
Polar (r-θ)	$v_r = \dot{r}$ $v_\theta = r\dot{\theta}$	$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$ $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$
Relative Motions	$\bar{v}_A = \bar{v}_B + \bar{v}_{A/B}$ $\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{B/A}$	$\bar{a}_A = \bar{a}_B + \bar{a}_{A/B}$ $\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{B/A}$

Table3.1 Kinetic relations (Force, Mass, Acceleration)

Coordinates	Equations of Motion	Acceleration	Velocity
Rectangular (x - y)	$\Sigma\bar{F}_x = m\bar{a}_x$ $\Sigma\bar{F}_y = m\bar{a}_y$	$a_x = \ddot{x}$ $a_y = \ddot{y}$	$v_x = \dot{x}$ $v_y = \dot{y}$
Normal and Tangential (n - t)	$\Sigma\bar{F}_n = m\bar{a}_n$ $\Sigma\bar{F}_t = m\bar{a}_t$	$a_n = \frac{v_t^2}{\rho} = v_t\dot{\beta} = \rho\dot{\beta}^2$ $a_t = \dot{v}_t$	$v_n = 0$ $v_t = \rho\dot{\beta}$
Polar (r-θ)	$\Sigma\bar{F}_r = m\bar{a}_r$ $\Sigma\bar{F}_\theta = m\bar{a}_\theta$	$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$ $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$	$v_r = \dot{r}$ $v_\theta = r\dot{\theta}$

Table3.2 Kinetic relations (Work and Energy)

Equations of Work and Energy relationship	Annotation
$T_1 + U_{1-2} = T_2$	$T = \frac{1}{2}mv^2$ $U_{1-2} = \int_1^2 \bar{F}\cdot d\bar{r}$
$T_1 + V_{g,1} + V_{e,1} + U'_{1-2} = T_2 + V_{g,2} + V_{e,2}$	$T = \frac{1}{2}mv^2,\ V_g = \begin{cases} V_g = mgh & , g = 9.81 m/s^2 \\ V_g = \frac{-mgR^2}{r} & , R = 6.371(10^6) m \end{cases}$ $V_e = \frac{1}{2}kx^2,\ U'_{1-2} = \int_1^2 \bar{F}\cdot d\bar{r}$
$Power:\ P = \frac{dU}{dt} = \frac{\bar{F}\cdot d\bar{r}}{dt} = \bar{F}\cdot\frac{d\bar{r}}{dt}$ $P = \bar{F}\cdot\bar{V}$ $Mechanical\ efficiency: e_m = \frac{P_{output}}{P_{input}}$ $overall\ efficiency: e = e_m e_e e_t$	

Table3.3b Kinetic relations (Impulse and Momentum: Impact)

Direct Central Impact	Oblique Central Impact
$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$ $e = \frac{v_2' - v_1'}{v_1 - v_2}$	$m_1(v_1)_n + m_2(v_2)_n = m_1(v_1')_n + m_2(v_2')_n$ $e = \frac{(v_2')_n - (v_1')_n}{(v_1)_n - (v_2)_n}$ $m_1(v_1)_t = m_1(v_1')_t$ $m_2(v_2)_t = m_2(v_2')_t$