Chapter 7

Control Charts for Attributes

หลายลักษณะทางคุณภาพไม่เหมาะสมที่จะวัดเป็นตัวเลข เช่น ความสวยงาม สีสัน รอยตำหนิ หรือสภาพเก่าใหม่ เป็นต้น แบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มแผนภูมิเพื่อควบคุมจำนวนของเสีย และแผนภูมิเพื่อควบคุมรอยตำหนิ
แผนภูมิควบคุมเชิงคุณภาพ

- ใช้จำนวนตัวอย่าง มากกว่าแผนภูมิเชิงผันแปร
- ใช้รายละเอียดน้อยกว่าแผนภูมิเชิงผันแปร

การควบคุมของเสีย

1. P-Chart การควบคุมสัดส่วนของเสีย
2. np-Chart การควบคุมจำนวนของเสีย

การควบคุมสาเหตุที่ทำให้เกิดของเสีย (รอยตำหนิ)

1. C-Chart การควบคุมจำนวนรอยตำหนิ
2. U-Chart การควบคุมจำนวนรอยตำหนิต่อหน่วย

ความแตกต่างระหว่างแผนภูมิควบคุมเชิงคุณภาพกับแผนภูมิเชิงผันแปร

1. เชิงคุณภาพจะใช้จำนวนตัวอย่างมากกว่าแบบผันแปร
2. ให้รายละเอียดน้อยกว่าเชิงผันแปร คือ จะให้ลักษณะคุณภาพโดยรวม แก่ผู้บริหาร

ช่วยในการตัดสินใจว่าจะส่งผลิตภัณฑ์ให้ลูกค้าหรือไม่

<u>The Control Chart for Fraction Non-conforming (P-Chart)</u>

<u>การควบคุมสัดส่วนของเสีย</u>

สัดส่วนของเสีย หมายถึง ค่า ratio ของจำนวนของเสียในจำนวนของผลิตภัณฑ์ที่ผลิตทั้งหมด แต่ละเหน่วยผลิตภัณฑ์อาจมีหลายลักษณะ ทางคุณภาพ ซึ่งจะต้องทำการตรวจสอบ ถ้าชิ้นงานชิ้นใดไม่ผ่านมาตรฐานการตรวจสอบ อาจจะเป็นหนึ่งลักษณะคุณภาพหรือหลายอย่างตามลักษณะคุณภาพ งานนั้นจะแยกออกเป็นกลุ่มชิ้นงานที่เป็นของเสีย

หลักการทางสถิติในการใช้แผนภูมิควบคุม สำหรับสัดส่วนของเสียมีพื้นฐานจากการแจกแจงแบบทวินาม (binomial distribution) เพื่อกระบวนการผลิตชิ้นงานดำเนินการจนกระทั่งเข้าสู่สถานะคงตัว (Stable) ความน่าจะเป็นซึ่งจะมีชิ้นงานที่ได้ผ่านการตรวจสอบตามข้อกำหนดคือ p และแต่ละหน่วยผลิตจะเป็นอิสระต่อกัน ถ้าสุ่มตัวอย่าง n หน่วยของผลิตภัณฑ์ และถ้า D คือ จำนวนหน่วยของผลิตภัณฑ์ซึ่งเป็นของเสีย แล้ว D มีการแจกแจงแบบ binomial distribution กับพารามิเตอร์ n และ p จะได้

$$P\{D=x\}=\binom{n}{x}p^{x}(1-p)^{n-x} \qquad x=0,1,2,\ldots,n$$

เรารู้ว่า ค่าเฉลี่ยและค่าแปรปรวนของตัวแปรกลุ่ม D เป็น npและ np(1-p) ตามลำดับ

สัดส่วนของเสียของตัวอย่างที่สุ่ม คือ อัตราส่วนของจำนวนของเสียต่อจำนวนตัวอย่างที่สุ่มมาทั้งหมด (n) นั่นคือ

$$\hat{p}=\frac{D}{n}$$

การแจกแจงของตัวแปรสุ่ม $\hat{p}$ คือการแจกแจงแบบทวินาม (Binomial Distribution) ซึ่งมีค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนคือ

$$\mu = p$$
$$\sigma_p^2 = p\frac{(1-p)}{n}$$

เราจะเห็นได้ว่าสามารถประยุกต์ทฤษฎีนี้ไปใช้กับแผนภูมิควบคุมสำหรับควบคุมสัดส่วนของเสีย (p) มันจึงถูกเรียกว่า p-Chart

จำนวนตัวอย่างสุ่มของ p-chart จะต้องสุ่มตัวอย่างกลุ่มละ n หน่วย จำนวนค่าสัดส่วนของเสียของตัวอย่าง $\hat{p}$ ในแต่ละกลุ่ม และปล๊อกค่าสถิติ $\hat{p}$ ทุกกลุ่มตัวอย่างลงบนแผนภูมิ

ถ้าจุดที่พล๊อกออกนอกเขตควบคุม หรือรูปแบบของจุดไม่เป็นลักษณะแบบส่ม เราสามารถสรุปได้ว่ากระบวนการผิตมีสัดส่วนของเสีย (p) เปลี่ยนแปลงไปจากระดับเดิม และกระบวนการผลิตออกนอกการควบคุม

เมื่อเราไม่รู้ค่า p (สัดส่วนของเสีย) ของกระบวนการผลิต เราจะต้องประมาณค่า p จากข้อมูลตัวอย่างที่สุ่ม โดยเลือกจำนวน n กลุ่มตัวอย่าง แต่ละกลุ่มมีขนาด n กฎทั่วไป n ควรจะเป็น 20 หรือ 25 เราสามารถคำนวณสัดส่วนของเสียในแต่ละกลุ่มตัวอย่างดังนี้

$$\hat{p}_i=\frac{D_i}{n} \qquad i=1,2,\ldots,m \text{ (เมื่อ n คงที่)}$$

และค่าเฉลี่ยของทุกกลุ่มตัวอย่างคือ

$$\hat{\bar{p}}_i=\frac{\sum_{i=1}^{m}D_i}{mn}=\frac{\sum_{i=1}^{m}\hat{p}_i}{m}$$

จะได้แผนภูมิควบคุม กรณีไม่รู้ค่า p

$$\text{UCL}= \bar{p}+3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$
$$\text{CL}= \bar{p}$$
$$\text{LCL}= \bar{p}-3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

Ex 7.1 กระป๋องบรรจุน้ำส้ม 6 ออนซ์ ขึ้นรูปด้วยเครื่องจักร การตาวจสอบกระป๋องโดยหาจำนวนของเสีย ถ้าต้องการจะใช้แผนภูมิ ควบคุมเพื่อปรับปรุงอัตราส่วนของเสียของเครื่องจักรนี้ โดยเก็บข้อมูล 30 กลุ่มแบบต่อเนื่อง ข้อมูลแสดงในตาราง จงสร้างแผนภูมิควบคุมเพื่อควบ คุมสัดส่วนของเสียที่เกิดจากการผลิตของเครื่องจักรนี้

<u>วิธีทำ</u>

$$\hat{p}_i = \frac{\sum_{i=1}^{m} D_i}{mn} = \frac{347}{(30)(50)} = 0.2313$$

ใช้ $\bar{p}$ ประมาณการสัดส่วนของเสียที่เกิดขึ้นจริงจากกระบวนการผลิต เราสามารถคำนวณขอบเขตบนและล่างของแผนภูมิควบคุม คือ

$$\bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.2313 \pm 3\sqrt{\frac{0.2313(0.7687)}{50}}$$
$$= 0.2313 \pm 3(0.0596)$$
$$= 0.2313 \pm 0.1789$$

นั้นคือ

$$\text{UCL} = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.4102$$

CL=0.2313

$$\text{LCL} = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.0524$$

แผนภูมิควบคุมกับ CL ที่ $\bar{p}$ = 0.2313 และขอบเขตบนและล่าง ดังรูป 7 – 1 จากข้อมูลกลุ่มตัวอย่างพล๊อตบนแผนภูมิควบคุม พบว่ามี 2 จุดตัวอย่างคือ กลุ่มที่ 15 และ 23 อยู่นอกเขตควบคุมบน ดันั้นแสดงว่ากระบวนการผลิตไม่อยู่ในการควบคุม จุด 2 จุดนี้จะต้องหาสาเหตุการผิด ปกติ

วิเคราะห์ข้อมูล 15 พบว่า เกิดจากการนำวัสดุดิบการผลิตล๊อตหม่ (new raw material) มาผลิตเป็นเหตุให้ประสิทธิภาพการผลิตเปลี่ยน และกลุ่มที่ 23 เกิดจากผู้ควบคุมเครื่องจักรไม่มีประสบการณ์ ทำให้ต้อง ทำการปรับปรุง แผนภูมิควบคุมใหม่

Table 7-1 Data for Trial Control Limits, Example 6-1 Sample Size n = 50

Sample Number	Number of Nonconforming Can, D	Sample Fraction Nonconforming,	Sample Number	Number of Nonconforming Cans, D	Sample Fraction Nonconforming,
1	12	0.24	17	10	0.20
2	15	0.30	18	5	0.10
3	8	0.16	19	13	0.26

4	10	0.20	20	11	0.22
5	4	0.08	21	20	0.40
6	7	0.14	22	18	0.36
7	16	0.32	23	24	0.48
8	9	0.18	24	15	0.30
9	14	0.28	25	9	0.18
10	10	0.20	26	12	0.24
11	5	0.10	27	7	0.14
12	6	0.12	28	13	0.26
13	17	0.34	29	9	0.18
14	12	0.24	30	6	0.12
15	22	0.44		347	$\bar{p}$ =0.2313
16	8	0.16			

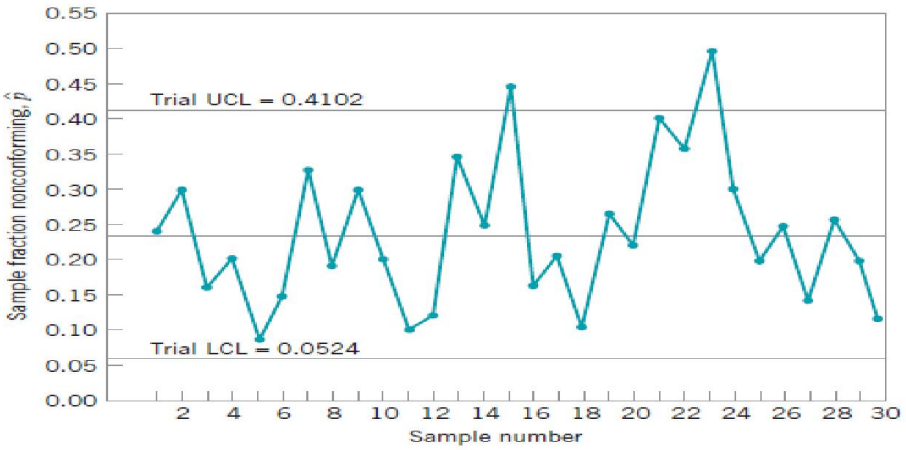

FIGURE 7.1 Initial phase I fraction nonconforming control chart for the data in Table 7.1.

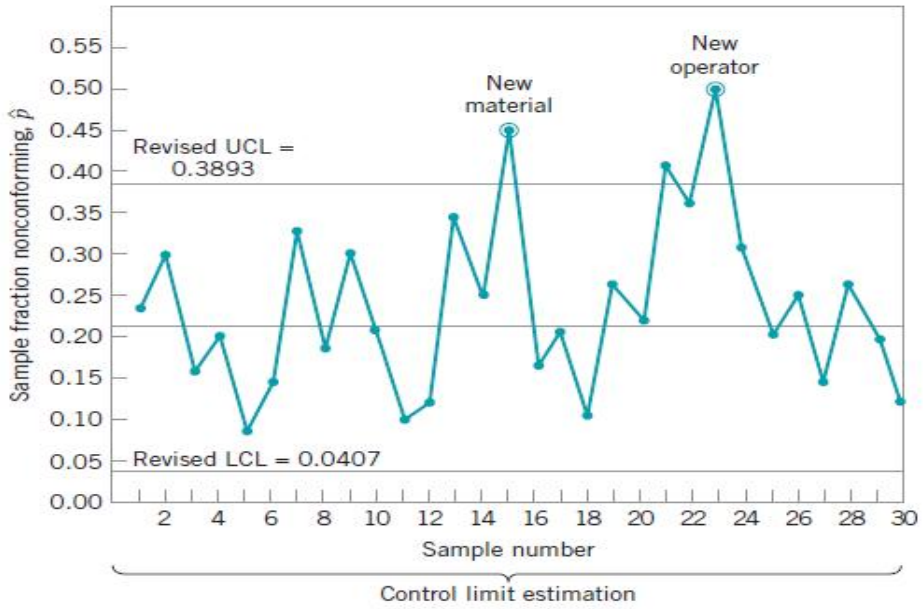

FIGURE 7.2 Revised control limits for the data in Table 7.1.

Revised Control Chart

$$\bar{p} = p_0 = \frac{\sum D_i - \sum D_d}{(m - m_d)n}$$

จะได้แผนภูมิใหม่ดังนี้

$$\bar{p} = \frac{301}{(28)(50)} = 0.2150$$

UCL= $\bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.2150 + 3\sqrt{\frac{0.2150(0.7850)}{50}}$ =0.3893

LCL= $\bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} = 0.2150 - 3\sqrt{\frac{0.2150(0.7850)}{50}}$ =0.0407

แผนภูมิควบคุมที่ปรับปรุงใหม่แสดงในรูป ซึ่งเรามิได้เอากลุ่มตัวอย่าง 15 และ 23 ออกจากแผนภูมิควบคุม แต่เราใช้เขตควบคุมที่ คำนวนใหม่

จากแผนภูมิใหม่สัดส่วนของเสียจากกลุ่ม 21 ปัจจุบันอยู่นอกเขต ควบคุมบน อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ข้อมูลไม่ปรับปรุงแผนภูมิควบคุม เนื่องจากไม่มีสาเหตุที่ทำให้กลุ่มตัวอย่างนี้ตกนอกเขตควบคุม เราจะต้องใช้แผนภูมิปรับปรุงใหม่สำหรับกลุ่มตัวอย่างที่จะสุ่มตัวอย่างกลุ่มต่อไปในอนาคต

เราสรุปได้ว่ากระบวนการผลิตถูกควงคุมที่ระดับ p = 0.2150 ใช้ควบคุมการผลิตในปัจจุบัน อย่างไรก็ตามแม้ว่ากระบวนการผลิตจะอยู่ ในการควบคุมแล้ว แต่ถ้าอัตราส่วนของเสียยังเป็นตัวเลขที่สูงอยู่ และกระ บวนการผลิตอยู่ในสถานะลงตัว ผู้บริหารอาจมีนโยบายเพิ่มประสิทธิภาพ การผลิต ทำการวิเคราะห์หาวิธีปรับปรุงการผลิต โดยเพิ่มประสิทธิภาพให้กับเครื่องจักร ซึ่งทำให้ระดับสัดส่วนของเสี่ยมีการเปลี่ยนแปลงได้

ใน 3 กระบวนการผลิตถัดไปมีการปรับทั้ง เครื่องจักรและนำ control chart มาใช้ มีการสุ่มตัวอย่างเพิ่มอีก 24 กลุ่มตัวอย่าง แต่ละกลุ่มมี n=50 และสะสมข้อมูลดังในตาราง 7-2 และพล๊อตสัดส่วนของเสียแต่ละกลุ่มตามรูป 7-3

จากรูป 7-3 กระบวนการผลิตไม่ได้ดำเนินงานที่ระดับในภาพใหม่ จะเห็นว่า CL= $\bar{p}$ = 0.2150 เป็นค่าเดิม ทำให้มี 1 จุด คือกลุ่มตัวอย่างที่ 41. ต่ำกว่า LCL ซึ่งมันไม่ได้เป็นสัญญาณที่บ่งบอกว่ากระบวนการผลิต ออกนอกเขตควบคุม เราจะต้องหาว่าสัญญารที่บอกหมายถึงอะไร สิ่งที่ เป็นเหตุผลให้เป็นอย่างนั้นคือ ประสิทธิภาพของกระบวนการผลิตเปลี่ยน แปลงไป เนื่องจากการปรับตัวเครื่องจักรใหม่นั่นเอง นั่นไม่ใช่สิ่งที่ผิด ปกติที่จะพบว่าประสิทธิภาพกระบวนการผลิตถูกปรับปรุง ตามขั้นตอนการควบคุมกระบวนการผลิตทางสถิติ

เราอาจจะทดสอบ (test hypothesis) สัดส่วนของเสียในกระบวน การผลิตปัจจุบัน ซึ่งแตกต่างจากช่วงกะการผลิตก่อนหน้านี้ การทดสอบ เป็นดังนี้

HO = P1 = P2

H1 = P1 > P2

เมื่อ P1 คือ สัดส่วนของเสียจากข้อมูลกระบวนการผลิตก่อนหน้านี้ และ

P2 คือ สัดส่วนของเสียจากข้อมูลกระบวนการผลิตปัจจุบัน

เราอาจประมาณการค่า P1 โดย $\hat{p}_1 = \bar{p} = 0.2150$ และ p_2 คือ

$$p_2 = \hat{P}_i = \frac{\sum_{i=31}^{54} D_i}{(50)(24)} = \frac{133}{1200} = 0.1108$$

การทดสอบสมมุติฐานข้างบน คือ

$$Z_0 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}$$

ที่ซึ่ง

$$\hat{p} = \frac{n_1 \hat{p}_1 + n_2 \hat{p}_2}{n_1 + n_2}$$

$$\hat{p} = \frac{(1400)(0.2150) + (1200)(0.1108)}{1400 + 1200} = 0.1669$$

$$Z_0 = \frac{0.2150 - 0.1108}{\sqrt{(0.1669)(0.8331)\left(\frac{1}{1400}+\frac{1}{1200}\right)}} = 7.10$$

การเปรียบเทียบนี้ใช้ค่า α =0.05 ของการแจกแจงแบบปกติ (normal Distribution) เราจะพบว่า

$$Z_0 = 7.10 > Z_{0.05} = 1.645$$

สรุปว่า ปฏิเสธสมมุติฐาน H_0 และสรุปว่า ค่าสัดส่วนของเสียมีค่าลดลงจากเดิม แสดงว่าเราประสบความสำเร็จในการปรับปรุงกระบวนการผลิต เพราะ ฉะนั้นเราจะต้องทำการปรับปรุง (Revised) กระบวนการผลิตอีกครั้ง และใช้กับเฉพาะกลุ่มตัวอย่างในปัจจุบัน คือ กลุ่มที่ 31 – 43 ผลการปรับปรุงแผนภูมิควบคุมแสดงดังนี้

CL= $\bar{p} = 0.1108$

$$UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}\left(1-\bar{p}\right)}{n}} = 0.1108 + 3\sqrt{\frac{(0.1108)(0.8892)}{50}} = 0.2440$$

$$LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}\left(1-\bar{p}\right)}{n}} = 0.1108 - 3\sqrt{\frac{(0.1108)(0.8892)}{50}} = -0.0244 \approx 0$$

ค่าต่ำสุดของ control chart คือ ต้องมากกว่า หรือ เท่ากับ 0

Control chart ควบคุมต่อเนื่องอีก 5 กระบวนการผลิต ตามรูป ที่ 7.3

Table 7-2 Orange Juice Concentrate Can Data in Samples of Size n = 50

Sample Number	Number of Nonconforming Can, Di	Sample Fraction Nonconforming, $\hat{p}_i$	Sample Number	Number of Nonconforming Cans, Di	Sample Fraction Nonconforming, $\hat{p}_i$
31	9	0.18	44	6	0.12
32	6	0.12	45	5	0.10
33	12	0.24	46	4	0.08
34	5	0.10	47	8	0.16
35	6	0.12	48	5	0.10
36	4	0.08	49	6	0.12
37	6	0.12	50	7	0.14
38	3	0.06	51	5	0.10
39	7	0.14	52	6	0.12
40	6	0.12	53	3	0.10
41	2	0.04	54	5	0.10
42	4	0.08			$\bar{p}$=0.1108
43	3	0.06			

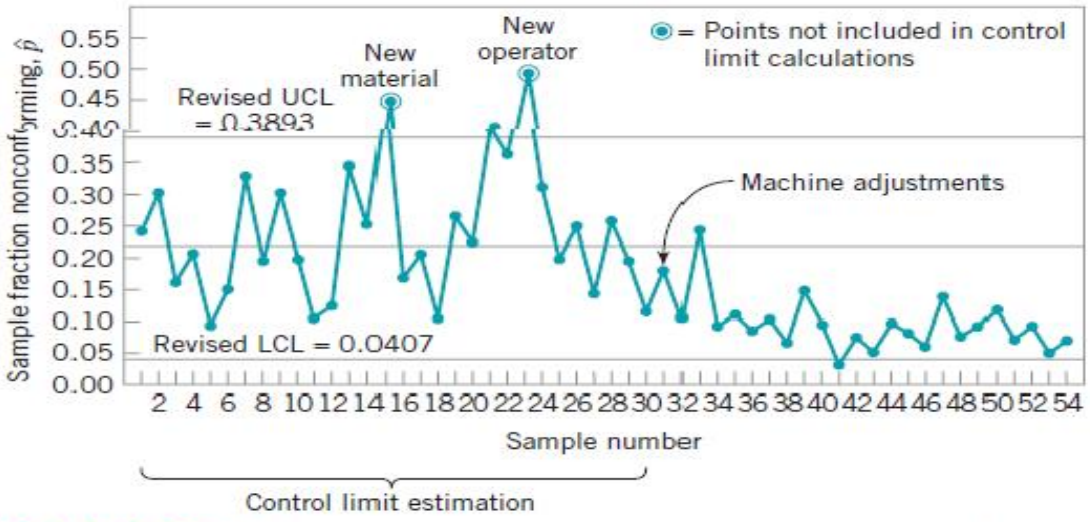

FIGURE 7.3 Continuation of the fraction nonconforming control chart, Example 7.1.

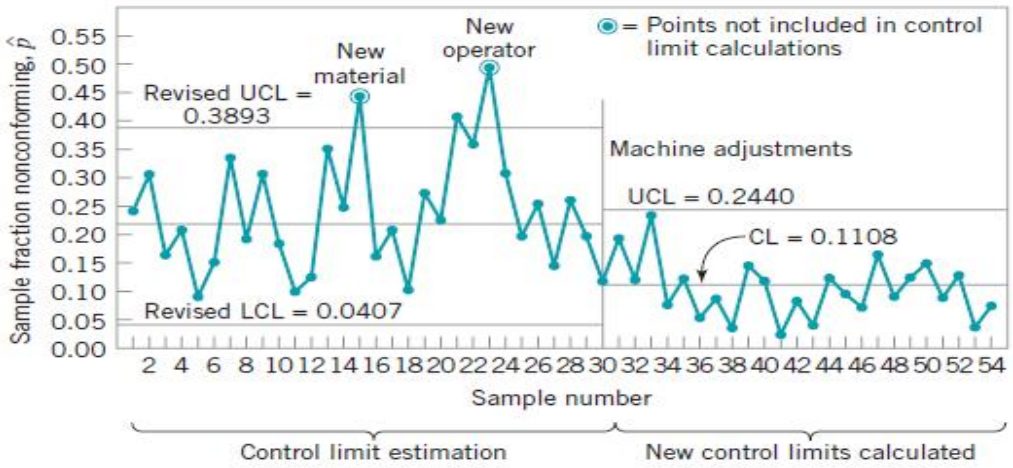

FIGURE 7.4 New control limits on the fraction nonconforming control chart, Example 7.1.

Table 7-3 New Data for The Fraction Nonconforming Control Chart in Figure 6-5, n = 50

Sample Number	Number of Nonconforming Can, D	Sample Fraction Nonconforming,	Sample Number	Number of Nonconforming Cans, D	Sample Fraction Nonconforming,
55	8	0.16	75	5	0.10
56	7	0.14	76	8	0.16
57	5	0.10	77	11	0.22
58	6	0.12	78	9	0.18
59	4	0.08	79	7	0.14
60	5	0.10	80	3	0.06
61	2	0.04	81	5	0.10
62	3	0.06	82	2	0.04
63	4	0.08	83	1	0.02
64	7	0.14	84	4	0.08
65	6	0.12	85	5	0.10
66	5	0.10	86	3	0.06
67	5	0.10	87	7	0.14
68	3	0.06	88	6	0.12
69	7	0.14	89	4	0.08
70	9	0.18	90	4	0.08
71	6	0.12	91	6	0.12
72	10	0.20	92	8	0.16
73	4	0.08	93	5	0.10
74	3	0.06	94	6	0.12

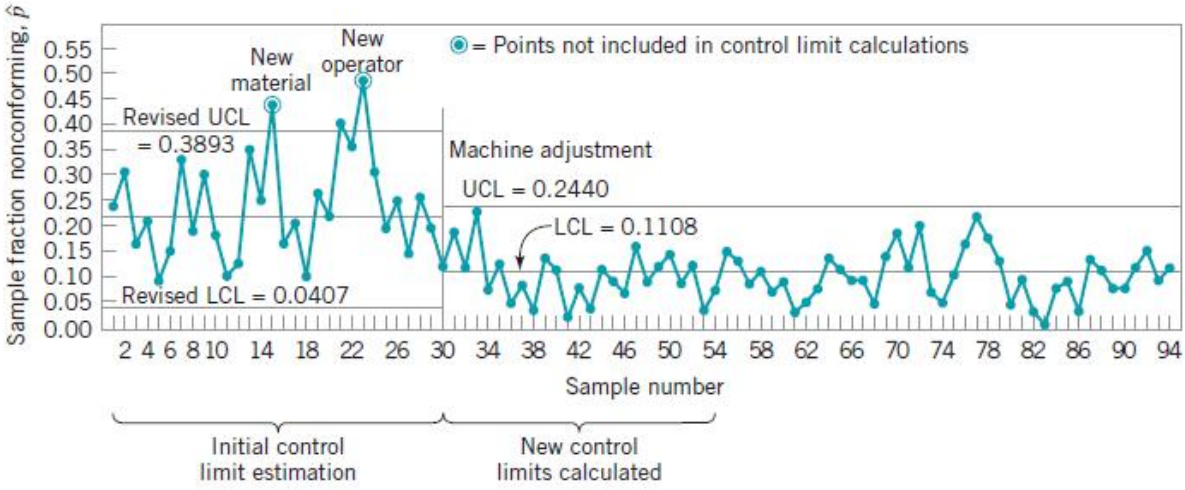

FIGURE 7.5 Completed fraction nonconforming control chart, Example 7.1.

<u>การออกแบบแผนภูมิสัดส่วนของเสีย</u>

การสร้างแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสียมี 3 พารามิเตอร์ ที่สำคัญ คือขนาดตัวอย่างแต่ละกลุ่ม (Sample Size : n) , ความถี่ในการสุ่ม ตัวอย่าง ความกว้างของแผนภูมิควบคุม

สำหรับ n เราควรกำหนด n คงที่ค่าหนึ่ง ความถี่ในการสุ่มควร เหมาะสมกับอัตราการผลิต ตัวอย่าง ถ้ามี 3 กะการผลิต ถ้ามีความแตกต่างทางคุณภาพของแต่ละกะการผลิต เราควรใช้ข้อมูลจากแต่ละกะเป็นกลุ่มตัวอย่าง มากกว่าตัวอย่างที่มาจากทั้ง 3 กะการผลิต และเก็บข้อมูลในแต่ ละวัน

<u>การเลือกจำนวนตัวอย่างแต่ละกลุ่ม</u> (n)

ถ้า p มีขนาดเล็กมาก ๆ เราควรเลือก n จำนวนมาก เราจะมีความ น่าจะเป็นสูงที่จะพบอย่างน้อย 1 หน่วยของเสียในแต่ละครั้งของการสุ่ม

<u>ตัวอย่าง</u> ถ้า p=0.01 และ n=8 เราพบว่า

$$UCL = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 0.01 + 3\sqrt{\frac{(0.01)(0.99)}{8}} = 0.1155$$

ถ้ามี 1 ชิ้นงานที่เป็นของเสียในกลุ่มต่ออย่างหนึ่งแล้ว

$$\bar{p} = \frac{1}{8} = 0.1250$$

และเราสรุปว่ากระบวนการผลิตออกนอกเขตควบคุม แค่ 1 ชิ้นงาน ออกนอกเขตควบคุมจะบอกว่ากระบวนการผลิตไม่สามารถควบคุมได้ นั้นไม่สมเหตุสมผล เราสรุปได้ว่า ขนาดตัวอย่าง n นั้นมีผลให้ความน่าจะเป็นของการพบ 1 ชิ้นงานที่เป็นของเสีย ต่อกลุ่มตัวอย่างคือ r สำหรับ ตัวอย่าง p = 0.01 และเราต้องการความน่าจะเป็นอย่างน้อย 1 ชิ้นงาน ของเสียในกลุ่มตัวอย่าง 0.95

ถ้า D คือ จำนวนของเสีย แล้วเราต้องการหา n จาก

$P\{D \geq 1\} \geq 0.95 \longrightarrow P\{D \leq 0\} = 0.05$ เนื่องจากตาราง Poisson สะสมใช้น้อยกว่า ใช้การแจกแจงแบบ Poisson แบบการแจกแจงแบบทวินาม (Binomial Distribution) จากตารางแจกจงแบบ Poisson นั้น

$\lambda = np$ จะต้องมากกว่า 3.00

ดังนั้น P : 0.01 ขนาดตัวอย่างควรเป็น 300

Duncan (1986) เสนอว่า Sample Size ควรจะมากเพียงพอเพื่อการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการผลิตเกิดสัดส่วนของเสีย 50%

<u>ตัวอย่าง</u> P=0.01และเราต้องการความน่าจะเป็นที่จะตรวจพบการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการผลิตเปลี่ยนแปลงไปเป็น ที่ความน่าจะเป็น 0.50

P=0.50 สมมติเราประมาณการแจกแจงด้วย Normal แทน การแจกแจงแบบทวินาม เราควรเลือก n ที่เหมาะสมซึ่งขอบเขตบนที่จะตรวจสอบสัดส่วนของเสีย

ถ้า δ คือ ขนาดที่เปลี่ยนแปลงไปของสัดส่วนของเสีย

$$\delta = 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$n = \left(\frac{3}{\delta}\right)^2 p(1-p)$$

ในตัวอย่าง p=0.01, $\delta = 0.05 - 0.01 = 0.04$ จะได้

$$n = \left(\frac{3}{0.04}\right)^2 (0.01)(0.99) = 56$$

$\therefore$ สูตรในการหา n คือ

$$n = \left(\frac{3}{\delta}\right)^2 p(1-p)$$

ถ้าค่าในการควบคุมสัดส่วนของเสีย เป็นขนาดเล็ก เกณฑ์ที่จะใช้ต้องเลือก n ใหญ่เพียงพอ ทั้งนั้นแผนภูมิควบคุมจะต้องมีเขตควบคุม ล่างที่เป็นค่าบวก เพื่อให้แน่ใจได้ว่าแต่ละกลุ่มตัวอย่างที่สุ่มจะต้องพบของเสีย 1 ชิ้นงาน ดังนั้นเราจะได้

$$LCL = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} > 0$$

จะได้

$$n > \frac{(1-p)}{p} 3^2$$

สำหรับตัวอย่าง ถ้า p=0.05 และจะได้ขนาดตัวอย่าง

$$n > \frac{0.95}{0.05} 3^2 = 171$$

ดังนั้น ถ้า $n \geq 172$ หน่วย แผนภูมิควบคุมจะมีเขตควบคุมล่างเป็นบวก

<u>np Control Chart (แผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย)</u>

เป็นแผนภูมิควบคุมซึ่งใช้ในการควบคุมจำนวนของเสียในกระบวนการผลิต พารามิเตอร์ของแผนภูมิ เป็นดังนี้

$$\text{UCL} = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

$$\text{CL} = n\bar{p}$$

$$\text{LCL} = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

Ex จงสร้างแผนภูมิคบคุม np จากข้อมูลตัวอย่าง 7-1 สำหรับควบคุมจำนวนของเสียผลิตภัณฑ์กล่องบรรจุน้ำส้ม

$\bar{p} = 0.2313$ n=50

$$\text{UCL} = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

$$= 50(0.2313) + 3\sqrt{(50)(0.2313)(0.7687)}$$

$$= 20.510 \cong 21$$

$$\text{CL} = n\bar{p} = 50(0.2313)(11.565)$$

$$LCL = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

$$= 50(0.2313) - 3\sqrt{(50)(0.2313)(1-0.2313)}$$

$$= 2.620$$

การพล๊อตค่าจำนวนของเสียในแต่ละกลุ่ม โดยขอบเขตบน-ล่าง และเส้นกึ่งกลางต้องเป็นจำนวนเดิม การปัดเป็นจำนวนเต็มนั้น ค่า UCL และ CL จะปัดขึ้น LCL จะปัดลง

จำนวนตัวอย่างแปรผัน (n แปรผัน)

ในส่วนของแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย ตัวอย่างนั้นตรวจสอบ 100% ของผลิตภัณฑ์ที่ออกมาจากกระบวนการผลิตในบางช่วงเวลา ดังนั้นความแตกต่างของแผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย ควรลดจำนวนชิ้นงานที่ตรวจสอบในแต่ละช่วงเวลา แผนภูมินี้จะมีการแปรผันจำนวนตัวอย่างในแต่ละกลุ่ม ซึ่งมีอยู่ 3 ลักษณะ คือ

1. n แปรผันในทุกกลุ่มตัวอย่าง

เน้นลักษณะเบื้องต้นของ n ไม่คงที่ ขอบเขตควบคุมสร้างสำหรับแต่ละกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งมีจำนวนตัวอย่าง n เฉพาะของแต่ละกลุ่ม ถ้ามี i เน้นลำดับที่ของกลุ่มตัวอย่าง แล้ว n, คือ จำนวนตัวอย่าง n, ของกลุ่มที่ i พิจารณาข้อมูลในตาราง 7-4 สร้างแผนภูมิควบคุมได้ดังนี้

Table 7-4 Data for a Control Chart for Fraction Nonconforming with Variable Sample Size

Sample Number	Sample Size, ni	Number of Nonconforming Units, D	Sample Fraction Nonconforming,	Standrd Deviation	Control Limits LCL	UCL
1	100	12	0.120	0.029	0.009	0.183
2	80	8	0.100	0.033	0	0.195
3	80	6	0.075	0.033	0	0.195
4	100	9	0.090	0.029	0.009	0.183
5	110	10	0.091	0.028	0.012	0.180
6	110	12	0.109	0.028	0.012	0.180
7	100	11	0.110	0.029	0.009	0.183
8	100	16	0.160	0.029	0.009	0.183
9	90	10	0.110	0.031	0.003	0.189
10	90	6	0.067	0.031	0.003	0.189
11	110	20	0.182	0.028	0.012	0.180
12	120	15	0.125	0.027	0.015	0.177
13	120	9	0.075	0.027	0.015	0.177
14	120	8	0.067	0.027	0.015	0.177
15	110	6	0.055	0.028	0.012	0.180
16	80	8	0.100	0.033	0	0.195
17	80	10	0.125	0.033	0	0.195
18	80	7	0.088	0.033	0	0.195
19	90	5	0.056	0.031	0.003	0.189
20	100	8	0.080	0.029	0.009	0.183
21	100	5	0.050	0.029	0.009	0.183
22	100	8	0.080	0.029	0.009	0.183

23	100	10	0.100	0.029	0.009	0.183
24	90	6	0.067	0.031	0.003	0.189
25	90	9	0.100	0.031	0.003	0.189
	2450	234	0.096			

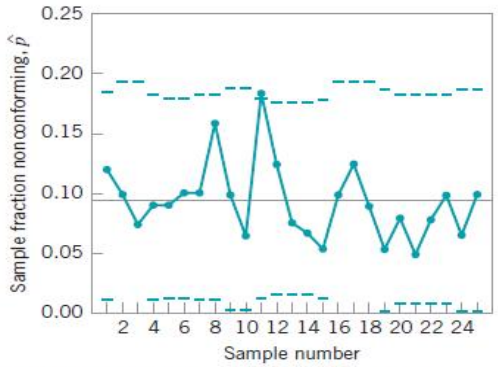

FIGURE 7.6 Control chart for fraction nonconforming with variable sample size.

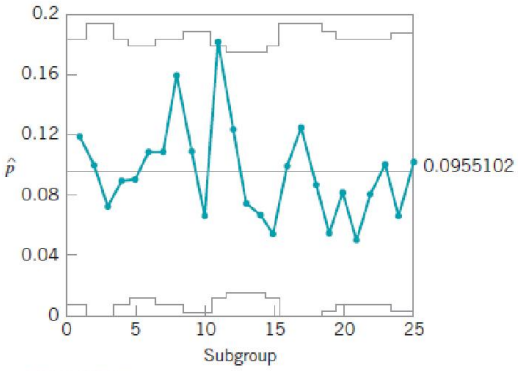

FIGURE 7.7 Control chart for fraction nonconforming with variable sample size using Minitab.

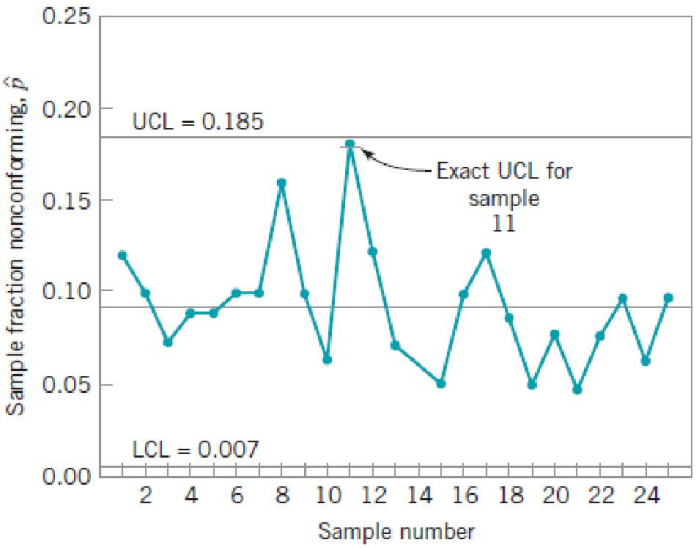

FIGURE 7.8 Control chart for fraction nonconforming based on average sample size.

3. แผนภูมิควบคุมใช้ค่า Standardized

ที่จุดทุกจุดที่จะพล๊อตต้องเปลี่ยน จะแปลง $\hat{p}_i$ เป็น Z

$$Z_{pi} = \frac{\hat{p}_i - \bar{p}}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}}$$

แผนควบคุม คือ

UCL=+3

CL=0

LCL=-3

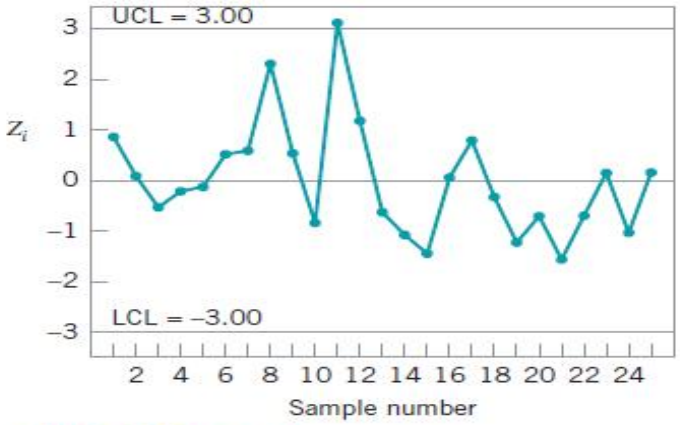

FIGURE 7.9 Standardized control chart for fraction nonconforming.

Table 6-5 Calculations for the Standardized Control Chart in Figure 6-9, = 0.096

Sample Number	Sample Size, ni	Number of Nonconforming Units, D	Sample Fraction Nonconforming,	Standrd Deviation สูตร	สูตร
1	100	12	0.120	0.029	0.83
2	80	8	0.100	0.033	0.12
3	80	6	0.075	0.033	-0.64
4	100	9	0.090	0.029	-0.21
5	110	10	0.091	0.028	-0.18
6	110	12	0.109	0.028	0.46
7	100	11	0.110	0.029	0.48
8	100	16	0.160	0.029	2.21
9	90	10	0.110	0.031	0.45
10	90	6	0.067	0.031	-0.94
11	110	20	0.182	0.028	3.07
12	120	15	0.125	0.027	1.07
13	120	9	0.075	0.027	-0.78
14	120	8	0.067	0.027	-1.07
15	110	6	0.055	0.028	-1.46
16	80	8	0.100	0.033	0.12
17	80	10	0.125	0.033	0.88
18	80	7	0.088	0.033	-0.24
19	90	5	0.056	0.031	-1.29
20	100	8	0.080	0.029	-0.55
21	100	5	0.050	0.029	-1.59

22	100	8	0.080	0.029	-0.55
23	100	10	0.100	0.029	0.14
24	90	6	0.067	0.031	-0.94
25	90	9	0.100	0.031	0.13

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{m} D_i}{i = \sum_{i=1}^{25} n_i} = \frac{234}{2450} = 0.096$$

CL=0.096

$$\text{UCL} = \bar{p} + 3\hat{\sigma}_p = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}} = 0.096 + 3\sqrt{\frac{(0.096)(0.904)}{n_i}}$$

$$\text{LCL} = \bar{p} - 3\hat{\sigma}_p = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}} = 0.096 - 3\sqrt{\frac{(0.096)(0.904)}{n_i}}$$

2. <u>แผนภูมิควบคุมโดยใช้ n เฉลี่ย</u>

แผนที่สองคือ ใช้ค่า n เฉลี่ยเพื่อสร้างแผนภูมิควบคุม จะได้

$$\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^{m} n_i}{25} = \frac{2450}{25} = 98$$

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{m} D_i}{n_i} = \frac{234}{2450} = 0.096$$

CL=0.096

$$\text{UCL} = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}} = 0.096 + 3\sqrt{\frac{(0.096)(0.904)}{98}} = 0.185$$

$$\text{LCL} = \bar{p} - 3\hat{\sigma}_p = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}} = 0.096 - 3\sqrt{\frac{(0.096)(0.904)}{98}} = 0.007$$

พล๊อตจะได้ดังรูปที่ 7-8

The Operating – Characteristic Function (OC Curve for p Chart)

เป็นกราฟแสดงความน่าจะเป็นที่ยอมรับการทดสอบสมมติฐานของสถิติว่า กระบวนการผลิตไม่มีการเปลี่ยนแปลง แม้ว่าจริง ๆ แล้วค่าสัดส่วนของเสีย p ของกระบวนการผลิตได้เปลี่ยนไปแล้ว (ความผิดพลาดประเภทที่ 2; β) OC Curve ใช้บอกประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม P – Chart

$$\beta = p\left\{\hat{p} < UCL \middle| p\ \right\} - p\left\{\hat{p} \le LCL \middle| p\ \right\}$$
$$= p\{D < n(UCL) \middle| p\ \} - p\{D \le n(LCL) \middle| p\ \}$$

ทั้งนั้น D คือตัวแปรสุ่มแบบทวินาม เพราะฉะนั้นการหาพื้นที่ได้จากเปิดตารางการแจกแจงสะสมแผนทวินาม

สำหรับพารามิเตอร์ n = 50 , LCL = 0.0303 และ UCL = 0.3697

$$\beta = p\{D < (50)(0.3697) \middle| p\ \} - p\{D \le (50)(0.0303) \middle| p\ \}$$
$$= p\{D < 18.49 \middle| p\ \} - p\{D \le 1.52 \middle| p\ \}$$ ปัดลงเนื่องจาก D ต้องเป็นจำนวนเต็ม
$$\beta = p\{D \le 18 \middle| p\ \} - p\{D \le 1 \middle| p\ \}$$

สูตร $\beta = p\{D \le n(UCL)\ \} - p\{D \le n(LCL)\ \}$

เปิดตารางสะสมแบบทวินาม

ถ้าเราใช้การประมาณการ poisson แทน Binomail แล้ว $\bar{p} \le 0.1$

ถ้าเราใช้การประมาณการ poisson แทน Binomail แล้ว $\bar{p} > 0.1$

สูตร $\beta = p\{Z \le \frac{(UCL) - p}{\hat{\sigma}_p}\ \} - p\{Z \le \frac{LCL - P}{\hat{\sigma}_p}\ \}$

เมื่อ $\hat{\sigma}_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

แปรผันค่า p ไปเรื่อย แล้วคำนวณหา β สำหรับ n=50,LCL=0.0303,UCL=0.3697, $\bar{p}$ =0.20

$np(\lambda)$	p	$p\{D \le 18\}$	$p\{D \le 1\}$	$\beta = p\{D \le 18\ \} - p\{D \le 1\ \}$
0.5	0.01	1.000	0.909	
1.5	0.03	1.000	0.557	
2.5	0.05	1.000	0.287	
5	0.10	1.000	0.040	

	p	$p\left\{Z \le \frac{0.3697 - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{50}}}\right\}$	$p\left\{Z \le \frac{0.0303 - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}\right\}$	β
	0.15	1.000[+4.35]	0.0089[-2.37]	
	0.20	0.99865[+3.00]	0.00135[-3.00]	
	0.25	0.9744[+1.95]	0.00017[-3.58]	

p	$p\{D \le 18\}$	$p\{D \le 1\}$	β
0.01	1.000	0.911	0.089
0.03	1.000	0.555	0.445
0.05	1.000	0.279	0.721
0.10	1.000	0.034	0.966
0.15	1.000	0.003	0.997
0.20	0.998	0.000	0.998

p	$p\left\{Z \le \frac{0.3697 - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{50}}}\right\}$	$p\left\{Z \le \frac{0.0303 - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}\right\}$	β
0.25	1.95 0.9744	-3.58 0.000	0.9744
0.30	1.08 0.8599	-4.16 0.000	0.8599
0.35	0.29 0.6141	-4.74 0.000	0.6141
0.40	-0.44 0.3300	-5.34 0.000	0.3300
0.45	-1.14 0.1271	-5.97 0.000	0.1271

Control Charts for nonconformities (defects) : C – Chart

(แผนภูมิควบคุมจำนวนรอยตำหนิ)

- จำนวนหน่วยตรวจสอบจะเป็นหนึ่งหน่วยผลิตภัณฑ์หรือมากกว่าได้
- ใช้ควบคุมรอยตำหนิหรือสาเหตุที่ทำให้เกิดเส้นค่าไม่ดี
- ใช้กับขนาดตัวอย่างคงที่เท่านั้น (n คงที่)
- หลักการสร้างแผนภูมิ อาศัยพื้นฐานการแจกแจงแบบบัวส์ซอง จำนวนรอยตำหนิในการสุ่มแต่ละครั้งเป็นตัวแปรสุ่มของการแจกแจงแบบบัวส์ซอง

- ใช้กับลักษณะงานที่ลักษณะทางคุณภาพสินค้า คือ เป็นรอยร้าว, ขีดข่วน, รู เป็นต้น

P(x)= $\frac{e^{-c}c^{x}}{x!}$ เมื่อ x=1,2,3,....

X คือ จำนวนรอยตำหนิ

C คือ พารามิเตอร์ของการแจกแจงแผนบัวส์ซอง C>o

$\bar{c}$ คือ จำนวนรอยตำหนิโดยเฉลี่ยที่ได้จากการสุ่มตัวอย่าง m กลุ่ม

c_i คือ จำนวนรอยตำหนิที่ตรวจพบในกลุ่มที่ I

$$\bar{c}=\frac{\sum_{i=1}^{m}c_i}{m};\hat{\sigma}_c=\sqrt{\bar{c}}$$

แผนภูมิควบคุม

UCL= $\bar{c}+3\sqrt{\bar{c}}$

CL= $\bar{c}$

LCL= $\bar{c}-3\sqrt{\bar{c}}$

ถ้าการคำนวณได้ค่า LCL เป็นค่าลบ ให้กำหนด LCL = 0

Ex ตาราง 7-7 แสดงจำนวนรอยตำหนิของการสุ่มตัวอย่าง 26 กลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มที่ 100 ชิ้นงาน

$$\bar{c}=\frac{516}{26}=19.85$$

UCL= $\bar{c}+3\sqrt{\bar{c}}=19.85+3\sqrt{19.85}=33.22$

CL= $\bar{c}=19.85$

LCL= $\bar{c}-3\sqrt{\bar{c}}=19.85-3\sqrt{19.85}=6.48$

แผนภูมิควบคุมแสดงดังรูป 7-12 เมื่อพล๊อตจุดมี 2 จุดตกนอกเขตควบคุม คือตัวอย่างที่ 6 และ 20 กลุ่ม 6 เกิดจากคนงานใหม่ ตัวอย่างที่ 20 เกิดจากปัญหาเรื่องอุณหภูมิของเครื่องจักร เมื่อปรับปรุงแผนภูมิโดยตัดกลุ่มที่ 6 และ 20 ออก

$$\bar{c}=\frac{472}{24}=19.67$$

Table 7-7 Data on the Number of Nonconformities in Sample of 100 Printed Circuit Boards

Sample Number	Number of Nonconformities	Sample Number	Number of Nonconformities
1	21	14	19
2	24	15	10
3	16	16	17
4	12	17	13
5	15	18	22
6	5	19	18
7	28	20	39
8	20	21	30
9	31	22	24
10	25	23	16
11	20	24	19
12	24	25	17
13	16	26	15

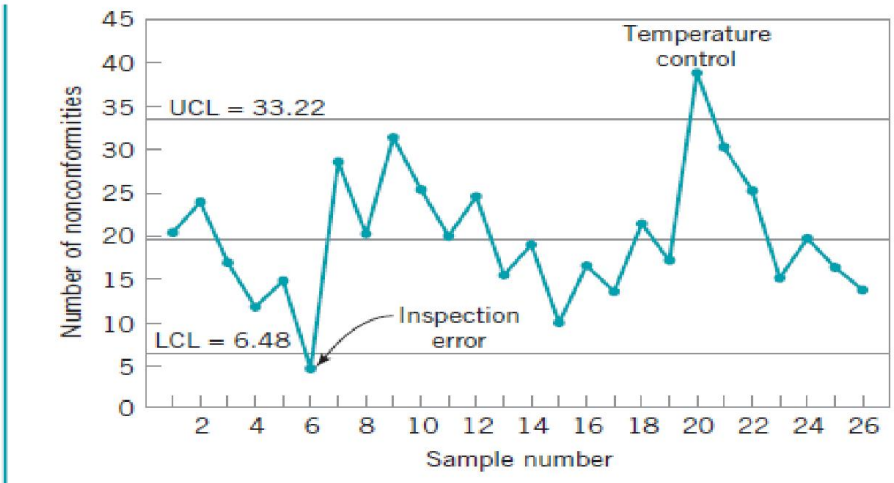

FIGURE 7.12 Control chart for nonconformities for Example 7.3.

Table 7-8 Additional Data for the Control Chart for Nonconfromities, Example 7-3

Sample Number	Number of Nonconformities	Sample Number	Number of Nonconformities
27	16	37	18
28	18	38	21

29	1	39	16
30	15	40	22
31	24	41	19
32	21	42	12
33	28	43	14
34	20	44	9
35	25	45	16
36	19	46	21

UCL= $\bar{c}+3\sqrt{\bar{c}}=19.67+3\sqrt{19.67}=32.97$

CL= $\bar{c}=19.67$

LCL= $\bar{c}-3\sqrt{\bar{c}}=19.67-3\sqrt{19.67}=6.37$

แผนภูมิควบคุมปรับปรุงนี้ใช้เป็นแผนภูมิมาตรฐานในช่วงการสุ่มตัวอย่างกลุ่มต่อไป รูปนี้ 7-13 แสดงแผนภูมิควบคุม กลุ่มที่ 27-46

<u>The U – Chart (แผนภูมิรอยตำหนิโดยเฉลี่ยต่อหน่วย)</u>

สามารถใช้ได้ซึ่ง n คงที่ และ n ไม่คงที่

แผนภูมิควบคุม

UCL= $\bar{u}+3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$

CL= $\bar{u}$

LCL= $\bar{u}-3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$

$u_i=\frac{c_i}{n}$ (จำนวนรอยตำหนิ) / (ขนาดตัวอย่างที่นำมาตรวจสอบ)

$\bar{u}=\frac{\sum_{i=1}^{m}c_i}{\sum n_i}$; $\bar{u}$ คือ จำนวนรอยตำหนิโดยเฉลี่ยต่อหน่วย

<u>ตัวอย่างสำหรับกรณี n คงที่</u>

กระบวนการผลิตคอมพิวเตอร์ตั้งโต๊ะ ต้องการสร้างแผนภูมิควบคุม U-Chart โดยมีจำนวนตัวอย่างแต่ละกลุ่มเป็น 5 เครื่อง จำนวน 20 กลุ่มตัวอย่าง แสดงผลการตรวจสอบ ดังตาราง 7-10

วิธีทำ จากข้อมูลสามารถจะประมาณค่าเฉลี่ยคือ

$$\overline{U} = \frac{\sum_{i=1}^{20} U_i}{20} = \frac{38.60}{20} = 1.93$$

แผนภูมิควบคุม

$$\text{UCL} = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 1.93 + 3\sqrt{\frac{1.93}{5}} = 3.79$$

$$\text{CL} = \bar{u} = 1.93$$

$$\text{LCL} = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 1.93 - 3\sqrt{\frac{1.93}{5}} = 0.07$$

ขั้นตอน กรณี n แปรผัน

กรณี 1 เส้นลิมิตควบคุมคงที่

แผนภูมิที่ได้จะมี UCL และ LCL แปรผัน ตามจำนวนตัวอย่าง โดยมี CL คงที่

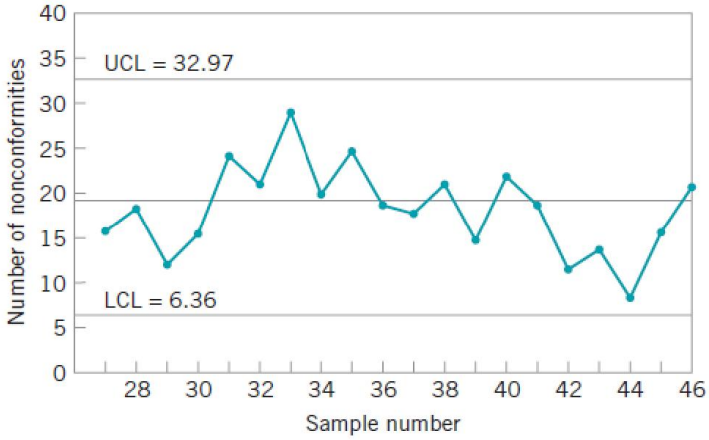

FIGURE 7.13 Continuation of the control chart for nonconformities. Example 7.3.

Table 7-10 Data on Number of Nonconformities in Personal Computers

Sample Number,i	Sample Size n	Total Number of Nonconformities, ci	Average Number of Nonconformities per Unit, ui = ci/n
1	5	10	2.0
2	5	12	2.4
3	5	8	1.6
4	5	14	2.8
5	5	10	2.0
6	5	16	3.2
7	5	11	2.2
8	5	7	1.4
9	5	10	2.0

10	5	15	3.0
11	5	9	1.8
12	5	5	1.0
13	5	7	1.4
14	5	11	2.2
15	5	12	2.4
16	5	6	1.2
17	5	8	1.6
18	5	10	2.0
19	5	7	1.4
20	5	5	1.0
		193	38.6

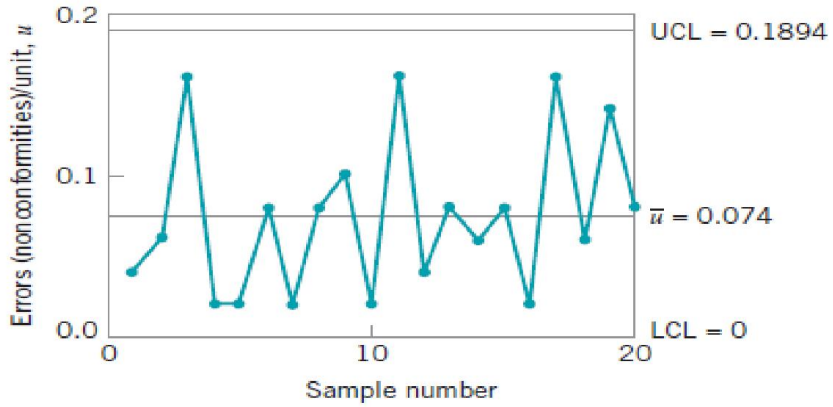

FIGURE 7.16 The control chart for nonconformities per unit from Minitab for Example 7.4.

Ex 6-5

แผนภูมิควบคุมสำหรับ ผ้ายอมส์ ตรวจสอบรอยตำหนิโดยเก็บข้อมูลจำนวนรอยตำหนิต่อ 50 ตารางเมตร โดยมีข้อมูลผ้าทั้งหมด 10 ม้วน แสดงดังตาราง 6-11 จงสร้างแผนภูมิควบคุมรอยตำหนิต่อหน่วย (U-Chart)

$$\bar{U} = \frac{153}{107.5} = 1.42$$

$$UCL = \bar{U} + 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{n_i}}$$

CL= $\bar{U}$

$$LCL = \bar{U} - 3\sqrt{\frac{\bar{L}}{n_i}}$$

กรณีที่ 2 ใช้ $\bar{n}$

ใช้ขอบเขตการควบคุมโดยอิงขนาดตัวอย่างเฉลี่ย

$$\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^{m} n_i}{m}$$

$$UCL = \bar{U} + 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{\bar{n}}} \qquad \text{CL} = \bar{U}$$

$$LCL = \bar{U} - 3\sqrt{\frac{\bar{U}}{\bar{n}}}$$

กรณีที่ 3 ใช้ Standardized Control Chart

วิธีการสร้างโดยการแปลง U_i เป็นค่า Z

$$Z_{ui} = \frac{U_i - \bar{U}}{\sqrt{\frac{\bar{U}}{n_i}}}$$

แผนภูมิควบคุม คือ

UCL = +3

CL = 0

LCL = -3

Table 7-11 Occurrence of Nonconformities in Dyed Cloth

Roll Number	Number of Square Meters	Total Number Of Nonconformities	Number of Inspection Units in Roll, n	Number of Nonconformities Per Inspection Unit
1	500	14	10.0	1.40
2	400	12	8.0	1.50
3	650	20	13.0	1.54
4	500	11	10.0	1.10
5	475	7	9.5	0.74
6	500	10	10.0	1.00
7	600	21	12.0	1.75
8	525	16	10.5	1.52
9	600	19	12.0	1.58
10	625	23	12.5	1.84
		153	107.50	

Table 7-12 Calculation of Control Limits, Example 6-5

Roll Number, i	ni	UCL = $\bar{u}+3\sqrt{\bar{u}/n_i}$	LCL = $\bar{u}-3\sqrt{\bar{u}/n_i}$
1	10.0	2.55	0.29
2	8.0	2.68	0.16
3	13.0	2.41	0.43
4	10.0	2.55	0.29
5	9.5	2.58	0.26
6	10.0	2.55	0.29
7	12.0	2.45	0.39
8	10.5	2.52	0.32
9	12.0	2.45	0.39
10	12.5	2.43	0.41

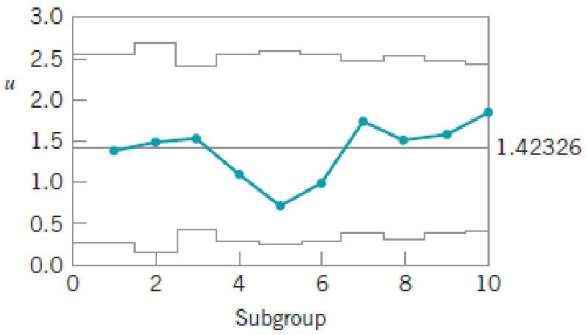

FIGURE 7.17 Computer-generated (Minitab) control chart for Example 7.5.