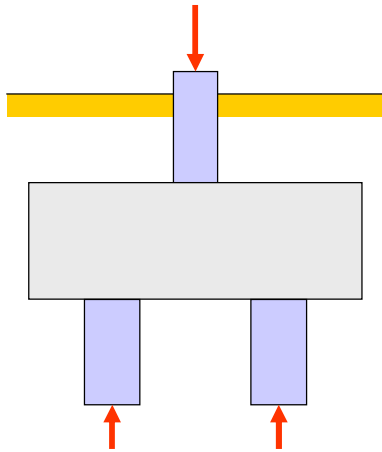


## Design of Footing 2



- ฐานรากร่วมรับเสาคู่
- ฐานรากหัวเสาเข็ม

โดย ผศ.ดร.มงคล จิรวัชรเดช

SURANAREE

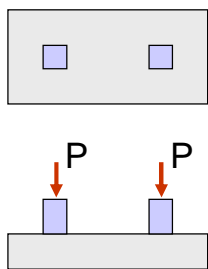
INSTITUTE OF ENGINEERING

UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

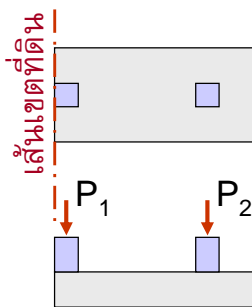
SCHOOL OF CIVIL ENGINEERING

### ฐานรากร่วมรับเสาคู่

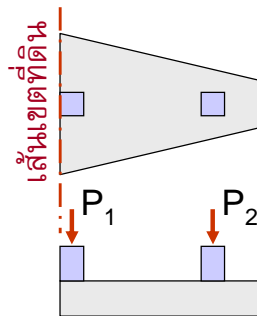
ในบางกรณีที่เสาอยู่ใกล้กันหรือเสาต้นนอกอยู่ชิดเส้นเขตที่ดิน จะทำฐานรากร่วมเพื่อให้น้ำหนักบรรทุกจากตอม่อตรงกับศูนย์ถ่วงฐานราก



ตอม่อ 2 ต้น  
อยู่ใกล้กัน

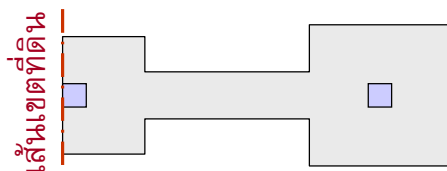


ตอม่อติดเขตที่ดิน  
โดยที่  $P_1 < P_2$

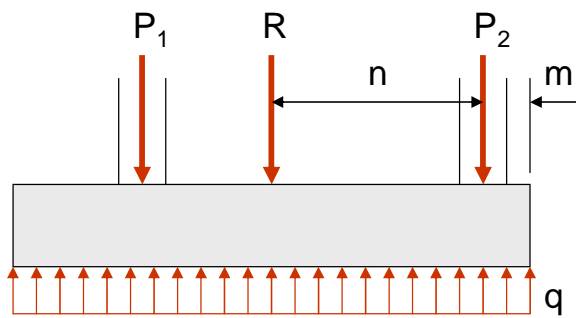


ถ้า  $1/2 < P_2/P_1 < 1$   
ใช้ฐานรากสี่เหลี่ยมคางหมู

ถ้า  $P_2/P_1 < 1/2$  หรือฐานรากอยู่ห่างกัน  
ใช้ฐานรากร่วมแบบมีคานเชื่อม



# การกำหนดขนาดฐานรากร่วม



ตำแหน่ง **C** ของแรงลัพธ์ R ของน้ำหนัก  $P_1$  และ  $P_2$  :

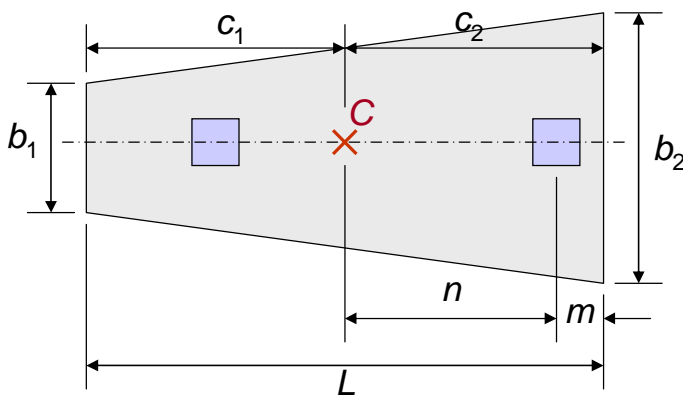
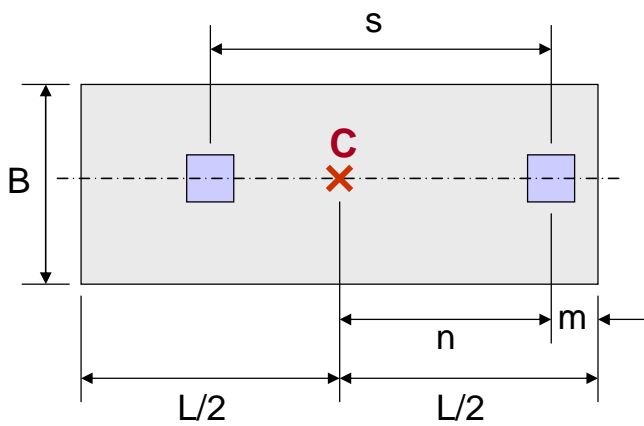
$$n = \frac{P_1 s}{P_1 + P_2} = \frac{P_1 s}{R}$$

จากจุด **C** กำหนดความยาวออกไปทั้งสองข้างเท่ากับ  $L/2$  :

$$L = 2(m + n)$$

ความกว้างฐานราก :

$$B = \frac{P_1 + P_2 + W}{qL}$$

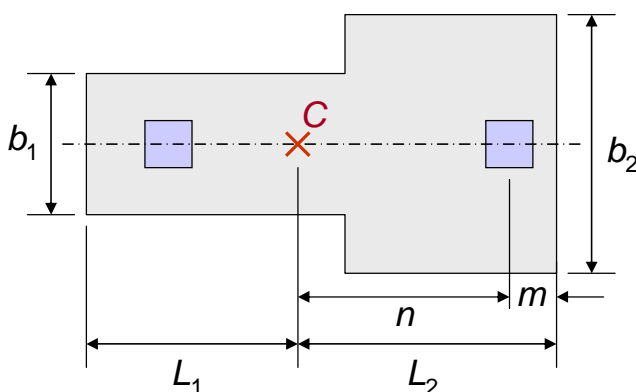


$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{3(n+m) - L}{2L - 3(n+m)}$$

$$(b_1 + b_2) = \frac{2R}{q_e L}$$

$$c_1 = \frac{L(b_1 + 2b_2)}{3(b_1 + b_2)}$$

$$c_2 = \frac{L(2b_1 + b_2)}{3(b_1 + b_2)}$$



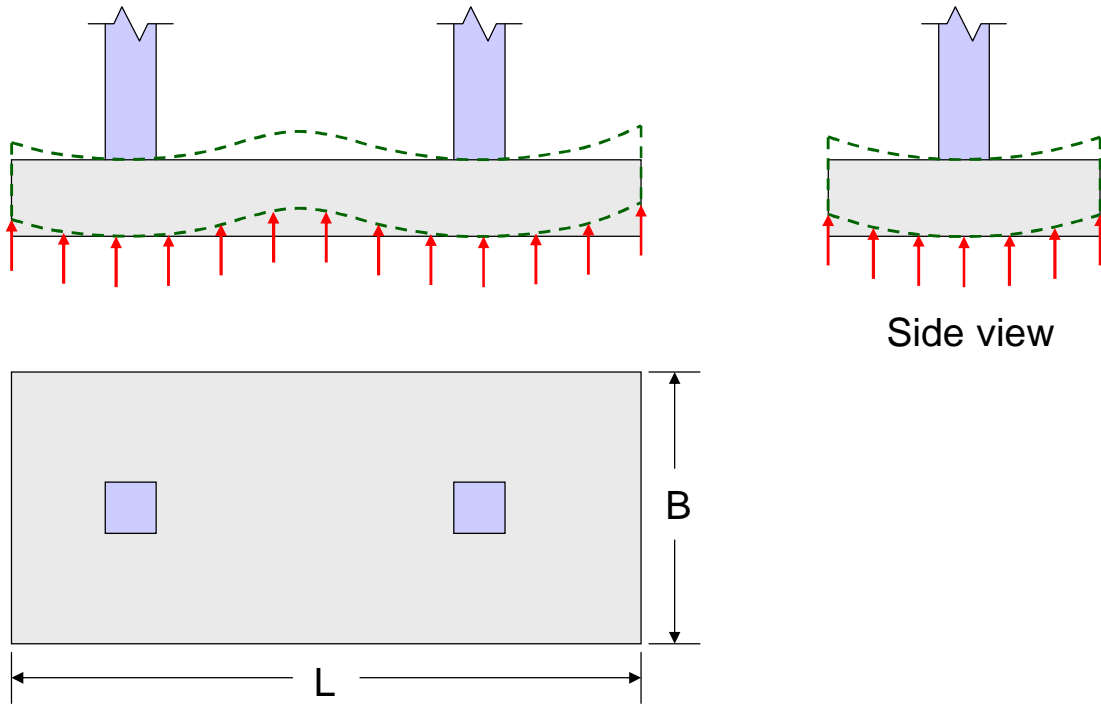
$$b_1 = \frac{2(n+m) - L_2}{L_1(L_1 + L_2)}$$

$$b_2 = \frac{R}{q_e L_2} - \frac{L_1 b_1}{L_2}$$

$$L_1 b_1 + L_2 b_2 = \frac{R}{q_e}$$

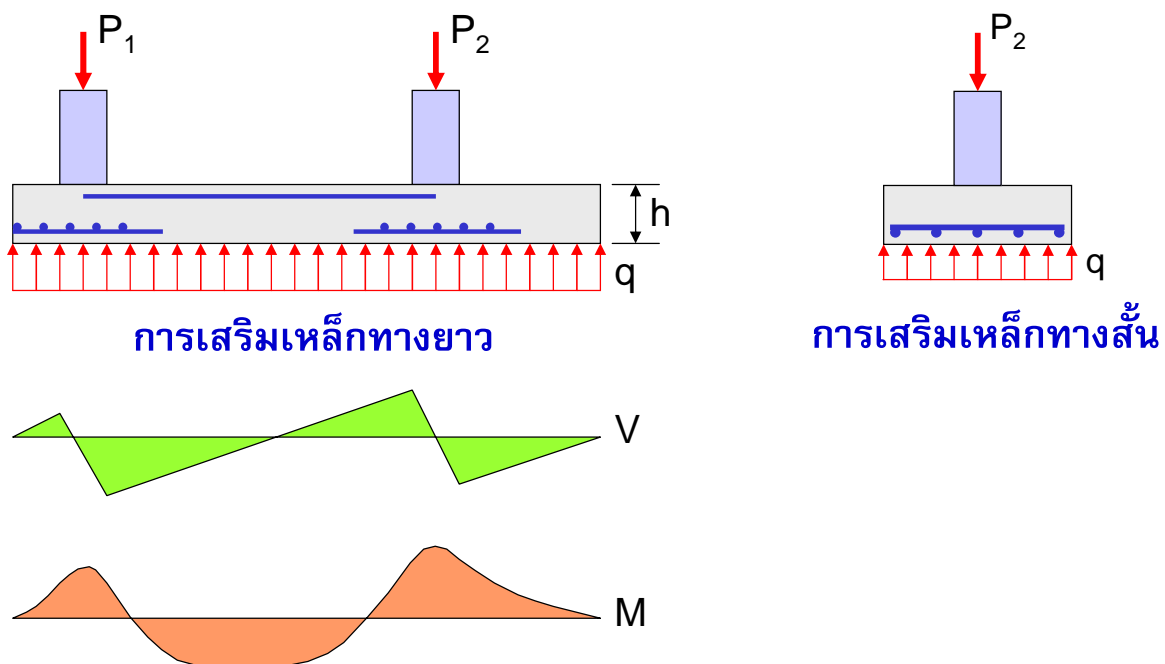
# การโก่งแอ่นของฐานรากร่วม

เมื่อกำหนดฐานรากได้ตรงศูนย์กลางกับแรงลัพธ์ของน้ำหนักบรรทุกทุก หน่วยแรงดันดินใต้ฐาน จะกระจายแบบแผ่สม่ำเสมอ ฐานรากจะมีการโก่งแอ่นดังในรูป

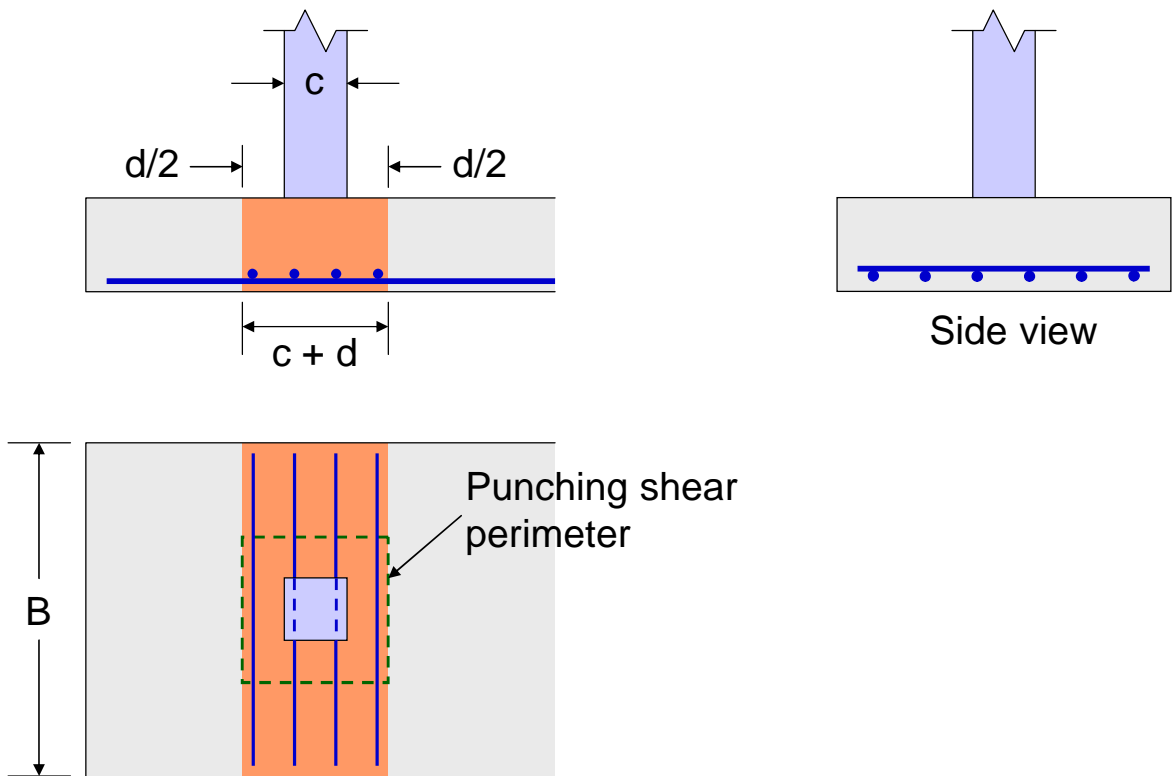


# การเสริมเหล็กในฐานรากร่วม

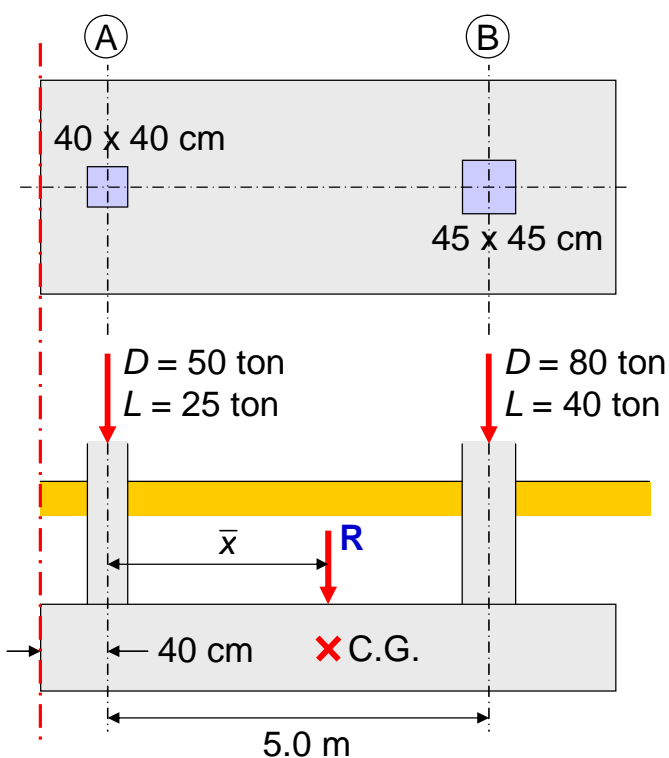
การเสริมเหล็กมีทั้งทางด้านยาวและด้านสั้น มีทั้งด้านบนและด้านล่าง ขึ้นกับแผนภูมิโมเมนต์ดัด



สำหรับในทิศทางสั้น น้ำหนักที่ถ่ายลงมาจากตอม่อจะกระจายลงในพื้นที่จำกัดเท่ากับ ความกว้างเสาตอม่อบวก  $d/2$  ในแต่ละข้าง



**ตัวอย่างการออกแบบฐานรากร่วม** เพื่อรองรับเสาตอม่อสองต้นห่างกัน 5 เมตร โดยมี เส้นขอบเขตที่ดินอยู่ห่างจากเสาด้านนอก 40 ซม. น้ำหนักแรงแบกทานของดินคือ 10 ตัน/ตร.ม. กำหนด  $f'_c = 240$  กก./ $\text{cm}^2$  และ  $f_y = 4,000$  กก./ $\text{cm}^2$



### วิธีทำ

#### 1. ตำแหน่งแรงลัพธ์ R :

$$(75 + 120) \bar{x} = 120(5)$$

$$\bar{x} = 3.1 \text{ m}$$

#### 2. ความยาวฐานราก L :

กำหนด C.G. อยู่ตรงกับ R

ระยะจาก C.G. ถึงขอบฐานรากข้างซ้าย

$$= 3.1 + 0.4 = 3.5 \text{ m}$$

$$\text{ความยาวฐานราก } L = 2 \times 3.5 = 7.0 \text{ m}$$

3. ความกว้างฐานราก B : แรงดันดินที่ยอมให้  $q_a = 10$  ตัน/ตร.ม.

$$B = \frac{P_1 + P_2 + W}{q_a L} = \frac{(50 + 25 + 80 + 40) \times 1.15}{10 \times 7.0} = 3.21 \text{ m}$$

USE 3.3 m

ลองใช้ความหนาฐานราก 60 ซม. ความลึก  $d = 52$  ซม.

น้ำหนักฐานราก  $W = 0.6 \times 3.3 \times 7.0 \times 2.4 = 33.26$  ตัน

$$\text{แรงดันใต้ฐานราก } q = \frac{50 + 25 + 80 + 40 + 33.26}{3.3 \times 7.0} = 9.88 \text{ ตัน/ตร.ม.}$$

$< q_a$

OK

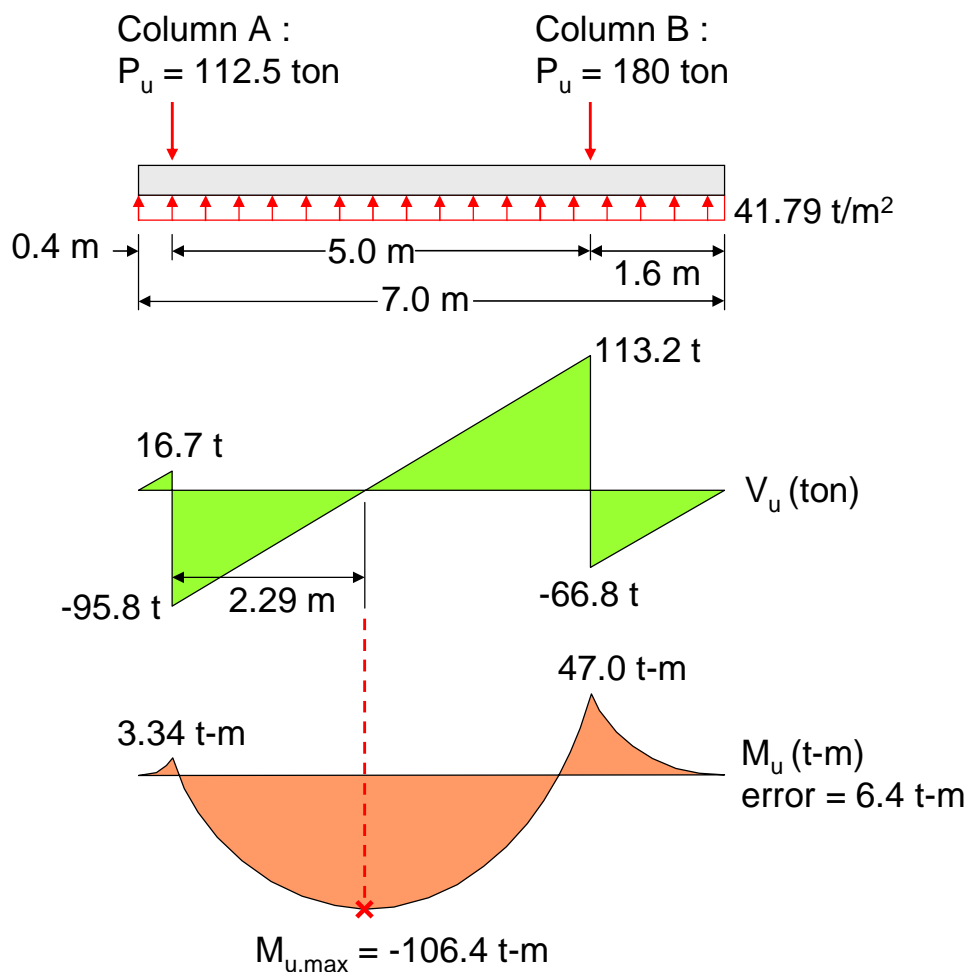
#### 4. แผนภูมิแรงเฉือนและโมเมนต์ในทิศทางยาว

เสา A :  $P_u = 1.4 \times 50 + 1.7 \times 25 = 112.5$  ตัน

เสา B :  $P_u = 1.4 \times 80 + 1.7 \times 40 = 180$  ตัน

แรงดันดินประลัย :  $q_{nu} = \frac{112.5 + 180}{7.0 \times 3.3} = 12.66$  ตัน/ตร.ม.

น้ำหนักแผ่ประลัย :  $w_u = \frac{112.5 + 180}{7.0} = 41.79$  ตัน/ม.



## 5. เหล็กเสริมทางยาวรับโมเมนต์ดัด

โมเมนต์ลบมากที่สุดกลางช่วง  $-M_u = 106.4$  ตัน-เมตร

$$R_n = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{106.4 \times 10^5}{0.9 \times 330 \times 52^2} = 13.6 \text{ กก./ชม.}^2$$

$$\rho = \frac{0.85 f'_c}{f_y} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2R_n}{0.85 f'_c}} \right) = 0.0035$$

ปริมาณเหล็กเสริมที่ต้องการ:  $A_s = \rho b d = 0.0035 \times 330 \times 52 = 60.1 \text{ ชม.}^2$

ปริมาณเหล็กเสริมน้อยที่สุด:  $A_{s,\min} = 0.0018 \times 330 \times 60 = 35.6 \text{ ชม.}^2 < A_s$  **OK**

เลือกใช้เหล็ก **10 DB28** ( $A_s = 61.58 \text{ ชม.}^2$ )

สำหรับโมเมนต์บวก 47 และ 3.3 ตัน-ม. ใช้เหล็กน้อยที่สุด  $A_{s,\min}$

เลือกใช้เหล็ก **12 DB20** ( $A_s = 37.68 \text{ ชม.}^2$ )

## 6. ตรวจสอบการเฉือนทะลุ พิจารณาเสาแต่ละต้น ใช้แรงดัด $q_{nu} = 12.66$ ตัน/ตร.ม.

**เสา A :**  $b_0 = 4(40+52) = 368 \text{ ชม.}$

$$V_u = 112.5 - 12.66 \times 0.92^2 = 101.8 \text{ ตัน}$$

$$\phi V_c = 0.85 \times 1.06 \sqrt{240} \times 368 \times 52 / 10^3$$

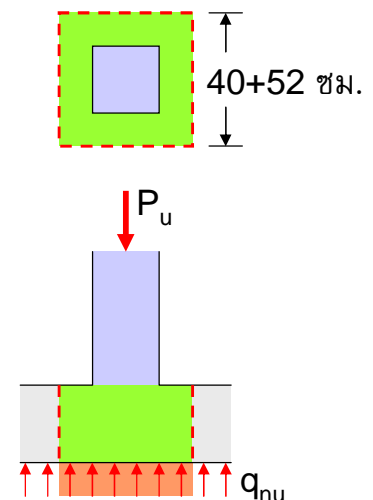
$$= 267 \text{ ตัน} > V_u \text{ **OK**}$$

**เสา B :**  $b_0 = 4(45+52) = 388 \text{ ชม.}$

$$V_u = 180 - 12.66 \times 0.97^2 = 168.1 \text{ ตัน}$$

$$\phi V_c = 0.85 \times 1.06 \sqrt{240} \times 388 \times 52 / 10^3$$

$$= 282 \text{ ตัน} > V_u \text{ **OK**}$$

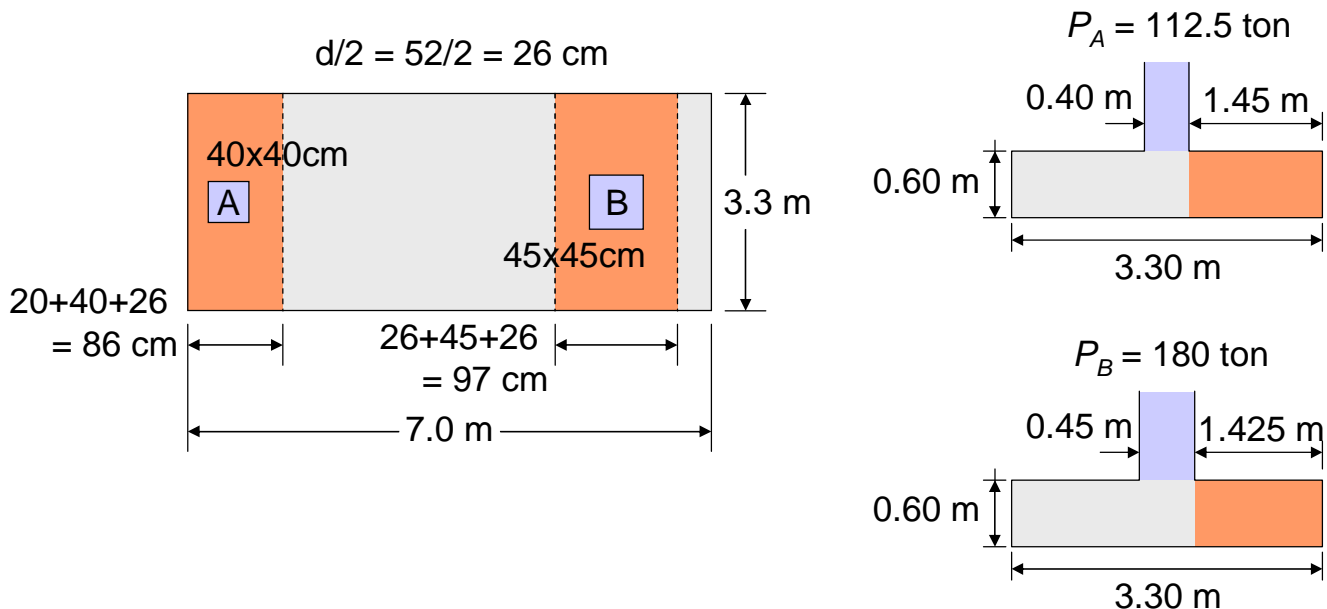


7. ตรวจสอบการเฉือนคาน จากแผนภูมิแรงเฉือน  $V_{u,max} = 113.2$  ตัน

$$\text{กำลังเฉือนของคอนกรีต: } \phi V_c = 0.85 \times 0.53 \sqrt{240} \times 330 \times 52 / 10^3$$

$$= 119.8 \text{ ตัน} > V_u \quad \text{OK}$$

8. ออกแบบเหล็กเสริมทางสั้น พิจารณาจากผิวเสาแต่ละต้นออกมาข้างละ  $d/2$



เสา A :  $b_e = 20+40+26 = 86$  ซม.,  $w_u = 112.5 / 3.3 = 34.1$  ตัน/ม.

$$M_u = 34.1 \times 1.45^2 / 2 = 35.9 \text{ ตัน-ม.}$$

$$R_n = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{35.9 \times 10^5}{0.9 \times 86 \times 52^2} = 17.2 \text{ กก./ซม.}^2$$

$$\rho = \frac{0.85 f'_c}{f_y} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2R_n}{0.85 f'_c}} \right) = 0.0045$$

$$A_s = \rho b d = 0.0045 \times 86 \times 52 = 20.1 \text{ ซม.}^2$$

เลือกใช้เหล็ก **7DB20**

( $A_s = 21.98$  ซม.<sup>2</sup>)

เสา B :  $b_e = 26+45+26 = 97$  ซม.,  $w_u = 180 / 3.3 = 54.5$  ตัน/ม.

$$M_u = 54.5 \times 1.425^2 / 2 = 55.3 \text{ ตัน-ม.}$$

$$R_n = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{55.3 \times 10^5}{0.9 \times 97 \times 52^2} = 23.4 \text{ กก./ซม.}^2$$

$$\rho = \frac{0.85 f'_c}{f_y} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2R_n}{0.85 f'_c}} \right) = 0.0062$$

$$A_s = \rho b d = 0.0062 \times 97 \times 52 = 31.3 \text{ ซม.}^2$$

เลือกใช้เหล็ก **10DB20**

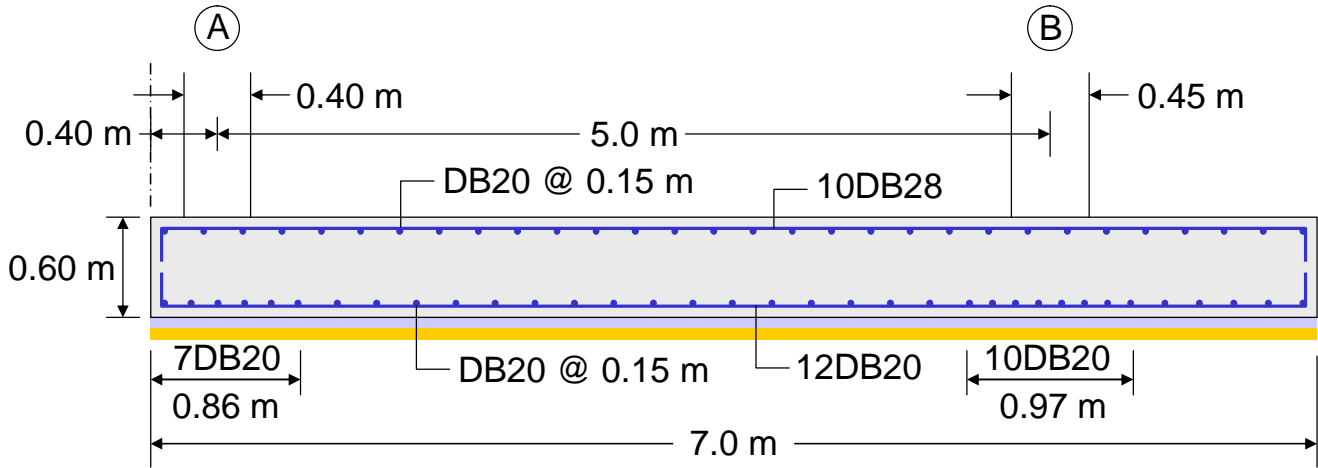
( $A_s = 31.4$  ซม.<sup>2</sup>)

## 9. เหล็กเสริมด้านทานการแตกร้าว

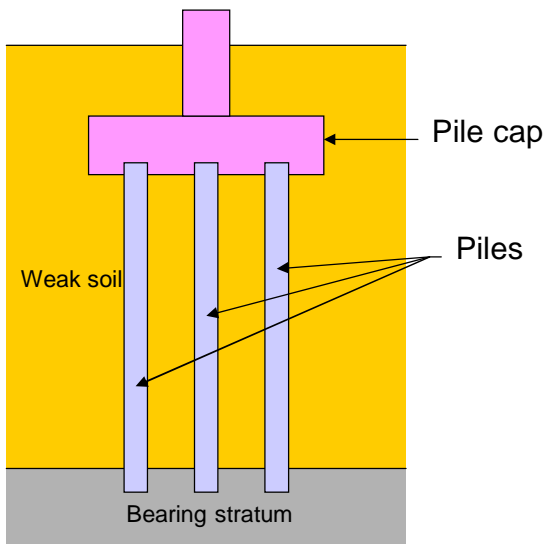
**USE DB20 @ 0.15**

$$A_s = 0.0018(100)(60) = 10.8 \text{ cm}^2$$

**( $A_s = 12.56 \text{ cm}^2/\text{m}$ )**



## ฐานรากหัวเสาเข็ม (pile cap)



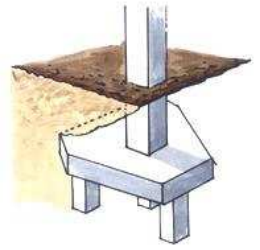
เมื่อกำลังแบกทานของดินมีไม่เพียงพอสำหรับการทำฐานรากแบบแผ่ จะใช้เสาเข็มในการส่งถ่ายน้ำหนักบรรทุกลงสู่ชั้นดินซึ่งอยู่ลึกลงไป

สำหรับอาคารขนาดเล็ก น้ำหนักบรรทุกไม่มาก จะใช้เข็มสั้นซึ่งเป็นเข็มตอก การถ่ายน้ำหนักจะอาศัยความฝืดระหว่างผิวเสาเข็มกับชั้นดินโดยรอบ

สำหรับอาคารขนาดใหญ่ น้ำหนักบรรทุกมาก จะใช้เข็มยาวซึ่งเป็นเข็มตอกหรือเข็มเจาะ การถ่ายน้ำหนักจะอาศัยความฝืดระหว่างผิวเสาเข็มกับชั้นดินโดยรอบ และการรับแรงแบกทานที่ปลายเสาเข็มในชั้นดินแข็ง



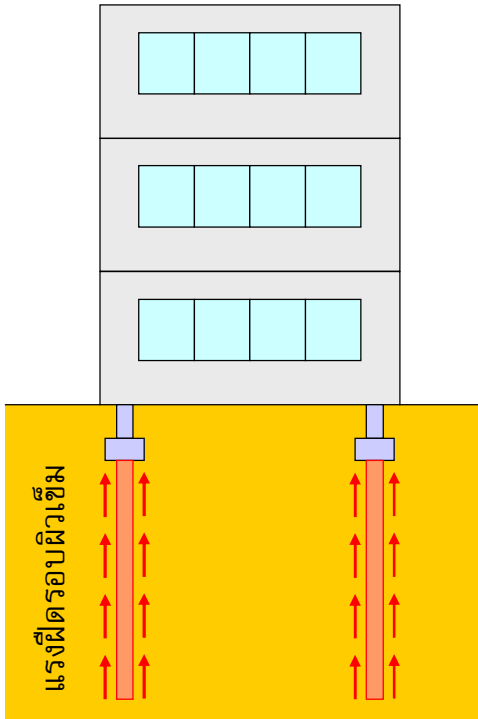
# เสาเข็มตอก (driven pile)



เสาเข็มตอกอาจเป็น เสาเข็มไม้ เสาเข็มเหล็ก แต่โดยส่วนใหญ่จะใช้เสาเข็มคอนกรีต

**ข้อดี** ราคาถูก ควบคุมคุณภาพเสาเข็มได้ และการตอกทำให้เสาเข็มฝังแน่นกับชั้นดินทำให้ถ่ายน้ำหนักได้ดี

**ข้อเสีย** ใช้บั่นจั่นในการตอกเกิดเสียงดังและการสั่นสะเทือนระหว่างตอกเสาเข็มอาจเสียหาย และอาจส่งผลกระทบต่ออาคารข้างเคียง



# ข้อบัญญัติกรุงเทพมหานคร

ในกรณีที่ไม่มีการแสดงผลการทดสอบคุณสมบัติของดิน

▶ น้ำหนักบรรทุกที่ยอมให้บนชั้นดินเดิม ไม่เกิน **2** ตัน/ตร.ม.

▶ หน่วยแรงฝังที่ยอมให้ :

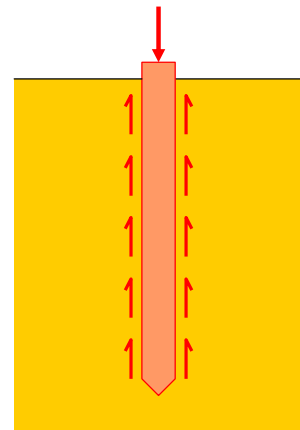
■ ดินที่ระดับความลึกไม่เกิน **7** เมตร

หน่วยแรงฝังที่ยอมให้ **600** กก./ตร.ม.

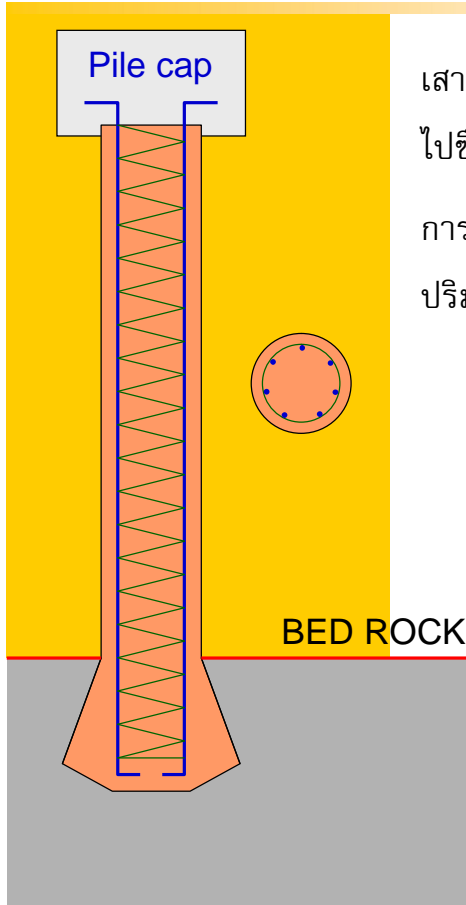
■ ดินที่ระดับความลึกเกิน **7** เมตร

หน่วยแรงฝังที่ยอมให้ **800 + 200L** กก./ตร.ม.

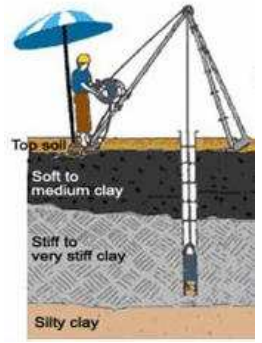
โดยที่ **L** คือความยาวส่วนที่เกิน **7** เมตร



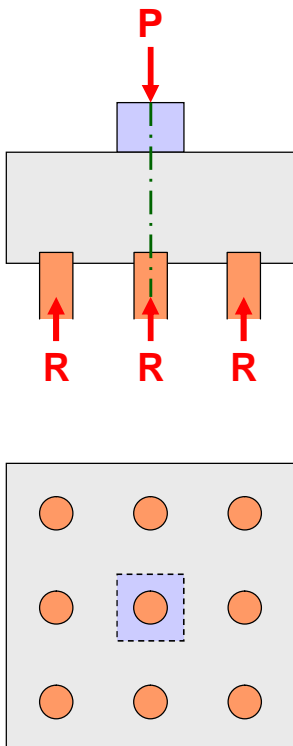
# เสาเข็มเจาะ (bored pile)



เสาเข็มเจาะสามารถส่งถ่ายน้ำหนักลงสู่ชั้นดินที่ลึกลง  
ไปซึ่งเสาเข็มตอกอาจลงไปไม่ถึง  
การใช้เสาเข็มตอกจำนวนมากทำให้เกิดการแทนที่ดิน  
ปริมาณมากอาจส่งผลต่ออาคารข้างเคียง



## ฐานรากเสาเข็มรับน้ำหนักตรงศูนย์



สมมุติให้เสาเข็มทุกต้นรับน้ำหนักบรรทุกเท่ากัน

$$R = \frac{P}{n} \leq R_a$$

โดยที่ R = น้ำหนักบรรทุกที่เสาแต่ละต้นรองรับ

P = น้ำหนักบรรทุกใช้งานทั้งหมด = D + L + W

D = น้ำหนักบรรทุกคงที่

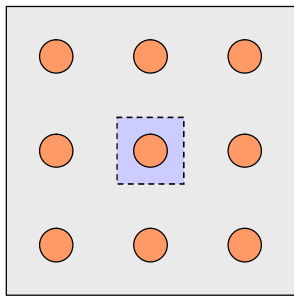
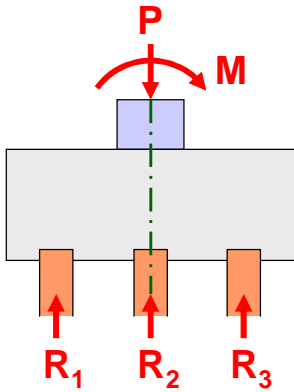
L = น้ำหนักบรรทุกจร

W = น้ำหนักฐานรากและดินถมเหนือฐานราก

n = จำนวนเสาเข็ม

$R_a$  = น้ำหนักบรรทุกที่ยอมให้ของเสาเข็มแต่ละต้น

# ฐานรากเสาเข็มรับน้ำหนักเยื้องศูนย์กลาง



เสาเข็มทุกต้นจะรับน้ำหนักบรรทุกไม่เท่ากัน เสาเข็มทางด้านที่โมเมนต์ดัดทำให้เกิดแรงอัดจะรับน้ำหนักมากขึ้น

$$R = \frac{P}{n} \pm \frac{Md_n}{\sum d_n^2} \leq R_a$$

โดยที่  $R$  = น้ำหนักบรรทุกที่เสาแต่ละต้นรองรับ

$P$  = น้ำหนักบรรทุกใช้งานทั้งหมด =  $D + L + W$

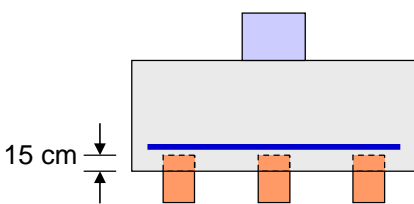
$M$  = โมเมนต์ดัดใช้งานที่กระทำกับตอม่อ

$d_n$  = ระยะห่างของเสาเข็มแต่ละต้นจากแกนศูนย์กลางของกลุ่มเสาเข็ม

$n$  = จำนวนเสาเข็ม

$R_a$  = น้ำหนักบรรทุกที่ยอมให้ของเสาเข็มแต่ละต้น

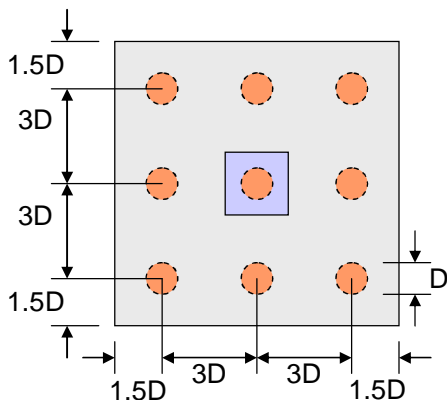
# การออกแบบฐานรากเสาเข็ม



แรงในเสาเข็มสำหรับออกแบบฐานราก:

**WSD**  $R = \frac{D + L}{n}$

**SDM**  $R_u = \frac{1.4D + 1.7L}{n}$

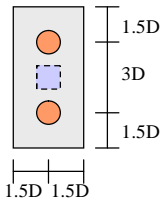


กำหนดขนาดฐานราก:

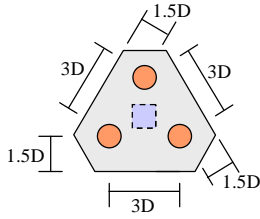
- ระยะห่างระหว่างเสาเข็ม **3D**
- ระยะระหว่างเสาเข็มถึงขอบฐานราก **1.5D**

โดยที่ **D** คือขนาดเสาเข็ม

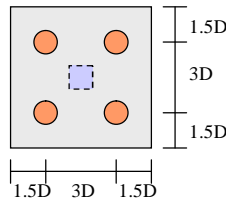
# การจัดวางเสาเข็มในฐานราก



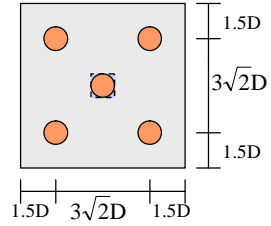
**2 PILES**



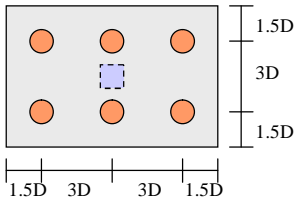
**3 PILES**



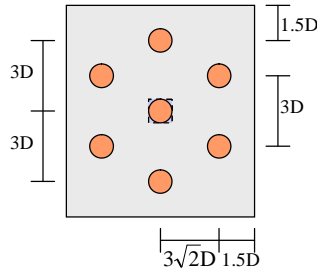
**4 PILES**



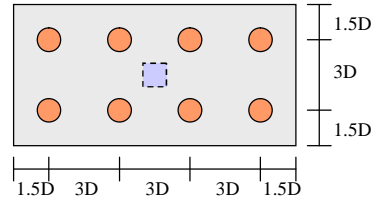
**5 PILES**



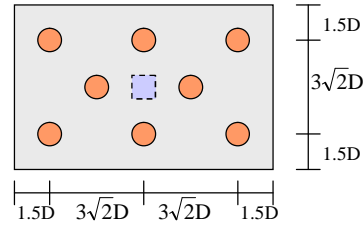
**6 PILES**



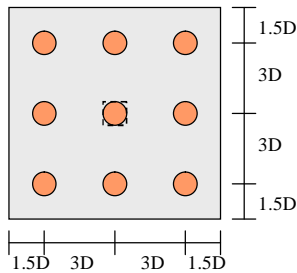
**7 PILES**



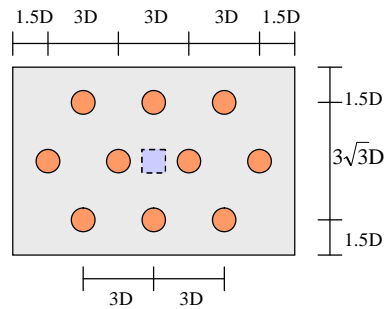
**8 PILES**



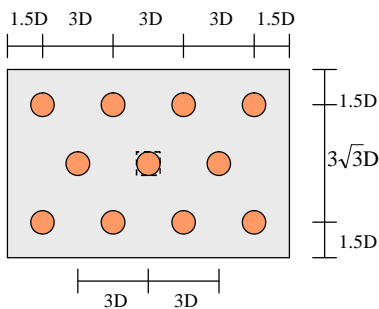
# การจัดวางเสาเข็มในฐานราก



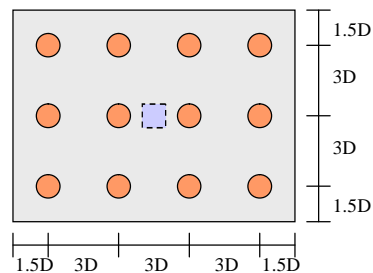
**9 PILES**



**10 PILES**

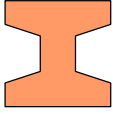
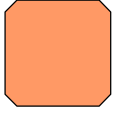


**11 PILES**



**12 PILES**

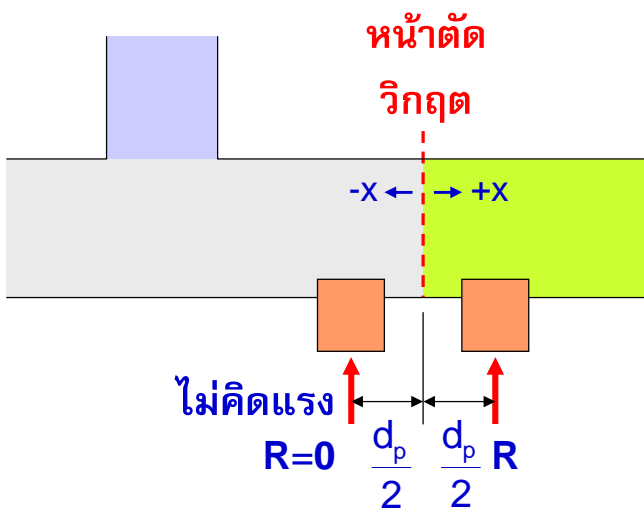
## เสาเข็มคอนกรีตอัดแรง(เข็มตอก)

Section	Size(m)	Load capacity (ton)
	0.18 x 0.18	15
	0.22 x 0.22	22
	0.26 x 0.26	30
	0.30 x 0.30	43
	0.35 x 0.35	57
	0.40 x 0.40	80
	0.16 x 0.16	15
	0.18 x 0.18	21
	0.22 x 0.22	30
	0.26 x 0.26	43
	0.30 x 0.30	50
	0.35 x 0.35	80
	0.40 x 0.40	100

## เสาเข็มเจาะ

$$P_a = 0.25(0.85 f'_c A_g)$$

## แรงเฉือนในฐานรากเสาเข็ม



▶ เสาเข็มอยู่นอกหน้าตัดวิกฤต  $\geq d_p/2$

ให้คิดแรงปฏิกิริยาทั้งหมด

▶ เสาเข็มอยู่ในหน้าตัดวิกฤต  $\geq d_p/2$

ให้คิดแรงปฏิกิริยาเป็นศูนย์

▶ เสาเข็มอยู่ในช่วง  $-d_p/2 \leq x \leq d_p/2$  ให้คิดแรงปฏิกิริยาเป็นสัดส่วนโดยตรง:

$$R' = \left( \frac{1}{2} + \frac{x}{d_p} \right) R$$

โดยที่  $x$  คือระยะระหว่างหน้าตัดวิกฤตและศูนย์กลางเสาเข็ม เป็นลบเมื่อเสาเข็มอยู่ในหน้าตัดวิกฤต และเป็นบวกเมื่อเสาเข็มอยู่นอก

**Example 12.7** จงออกแบบฐานรากเสาเข็มเจาะเพื่อรับน้ำหนักคงที่ 100 ตันและ น้ำหนักจร 50 ตัน เสาสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 40×40 ซม.  $f'_c = 240$  กก./ชม.<sup>2</sup>  $f_y = 4,000$  กก./ชม.<sup>2</sup> และหน่วยน้ำหนักดิน  $\gamma_s = 2.0$  ตัน/ลบ.ม. ฐานรากอยู่ลึก 1.50 ม. จากระดับผิวดิน

### วิธีทำ

ลองใช้เข็มเจาะขนาด 40 ซม.  $\rightarrow$  พื้นที่  $A = (\pi/4) \times 40^2 = 1,256$  ซม.<sup>2</sup>

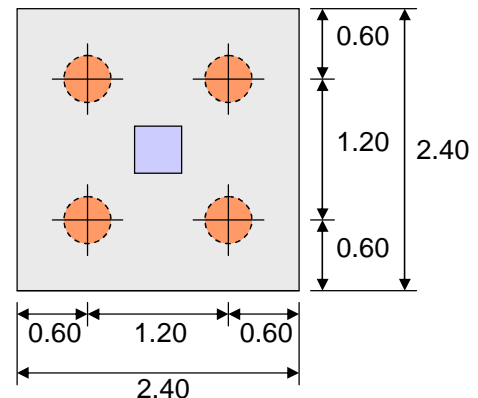
$$P_a = 0.25(0.85 f'_c A_g) = 0.25 \times 0.85 \times 240 \times 1,256 / 10^3 = 64 \text{ ตัน}$$

### USE $\varnothing$ 40 cm bored pile with safe load 50 ton

สมมุติน้ำหนักฐานรากและดินถม 15%

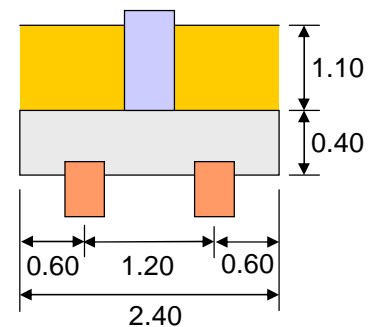
$$\text{จำนวนเสาเข็ม } n = 1.15(100+50)/50 = 3.45$$

### USE 4 piles



ลองใช้ฐานรากหนา 40 ซม. ความลึกประสิทธิภาพ  $d = 32$  ซม.

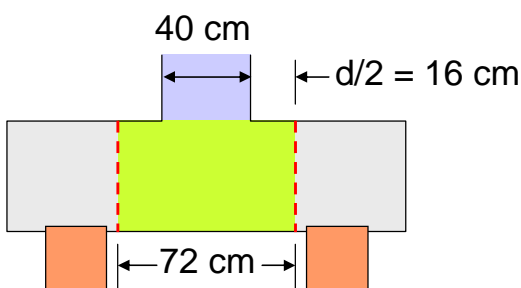
$$\begin{aligned} \text{น้ำหนักฐานรากและดินถม } W &= (0.4 \times 2.4 + 1.1 \times 2.0)(2.4)^2 \\ &= 18.2 \text{ ตัน} \quad \text{OK} \\ &< \text{ที่ประมาณไว้ } 22.5 \text{ ตัน} \end{aligned}$$



น้ำหนักบรรทุกทุกประลัยลงเสาเข็มแต่ละต้น:

$$\text{SDM} \quad R_u = \frac{1.4D + 1.7L}{n} = \frac{1.4 \times 100 + 1.7 \times 50}{4} = 56.3 \text{ ตัน/ต้น}$$

### ตรวจสอบการเฉือนทะลุ

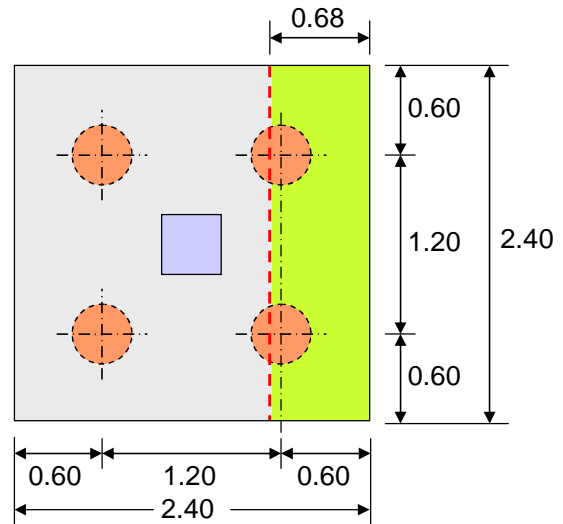
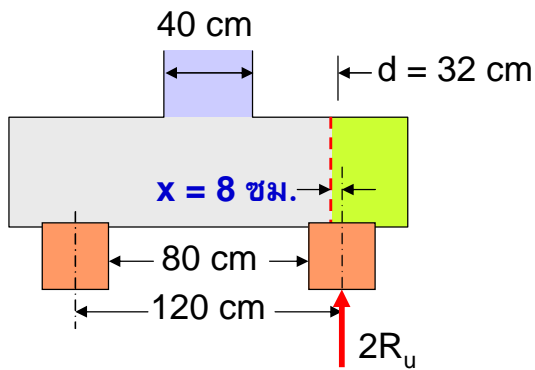


$$V_u = P_u = 1.4 \times 100 + 1.7 \times 50 = 225 \text{ ตัน}$$

$$b_0 = 4 \times 72 = 288 \text{ ซม.}$$

$$\begin{aligned} \phi V_c &= 0.85 \times 1.06 \sqrt{240} \times 288 \times 82 / 10^3 \\ &= 330 \text{ ตัน} > V_u \quad \text{OK} \end{aligned}$$

## ตรวจสอบการเฉือนคาน



## หน้าตัดวิกฤตอยู่ใกล้เสาเข็ม :

$$R' = \left( \frac{1}{2} + \frac{x}{d_p} \right) R = \left( \frac{1}{2} + \frac{8}{40} \right) \times 56.3 = 39.4 \text{ ตัน}$$

$$V_u = 2 \times 39.4 = 78.8 \text{ ตัน}$$

$$\phi V_c = 0.85 \times 0.53 \sqrt{240} \times 240 \times 32 / 10^3$$

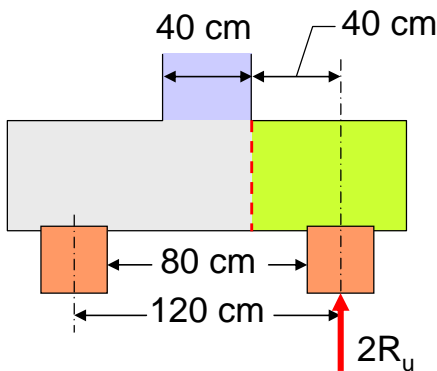
$$= 53.6 \text{ ตัน} < V_u$$

**NG**

ใช้เหล็กดัดช่วยรับแรงเฉือน

$$V_s = (78.8 - 53.6) / 0.85 = 29.7 \text{ ตัน}$$

## ออกแบบเหล็กเสริมรับโมเมนต์ดัด



$$M_u = 2 \times 56.3 \times 0.4 = 45.0 \text{ ตัน-เมตร}$$

$$R_n = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{45.0 \times 10^5}{0.9 \times 240 \times 32^2} = 20.4 \text{ กก./ชม.}^2$$

$$\rho = \frac{0.85 f'_c}{f_y} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2R_n}{0.85 f'_c}} \right) = 0.0054$$

$$A_s = \rho b d = 0.0054 \times 240 \times 32 = 41.5 \text{ ชม.}^2$$

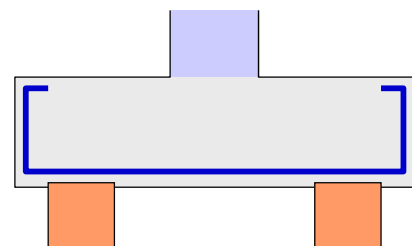
เลือกใช้เหล็ก **14DB20#** ( $A_s = 43.96 \text{ ชม.}^2$ ) → ใช้เป็นเหล็กดัดรับแรงเฉือนด้วย

$$s = 240 / 14 = 17.14 \text{ ซม.}$$

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} = \frac{2 \times 3.14 \times 4.0 \times 32}{17.14}$$

$$= 46.9 \text{ ตัน} > V_s \text{ ที่ต้องการ}$$

**OK**



# แบบรายละเอียดฐานรากเสาเข็มเจาะ

