

3

การตัดในคานคอนกรีตเสริมเหล็ก

3.1 บทนำ

การออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็กมีสองวิธีหน่วยแรงใช้งานและวิธีกำลัง วิธีหน่วยแรงใช้งานเป็นวิธีเก่าซึ่ง ACI ย้ายไปเป็นส่วนเล็กๆ ในภาคผนวกเท่านั้น มาตรฐานส่วนใหญ่จะใช้วิธีกำลังเป็นหลักเช่นเดียวกับในหนังสือเล่มนี้ อย่างไรก็ตามวิธีหน่วยแรงใช้งานยังคงมีใช้กันอยู่ในประเทศไทย ดังนั้นจึงต้องกล่าวถึงการออกแบบวิธีดั้งเดิมนี้บ้าง โดยจะแยกเนื้อหาไว้เป็นบทต่างหากโดยระบุไว้อย่างชัดเจนเพื่อป้องกันความสับสน

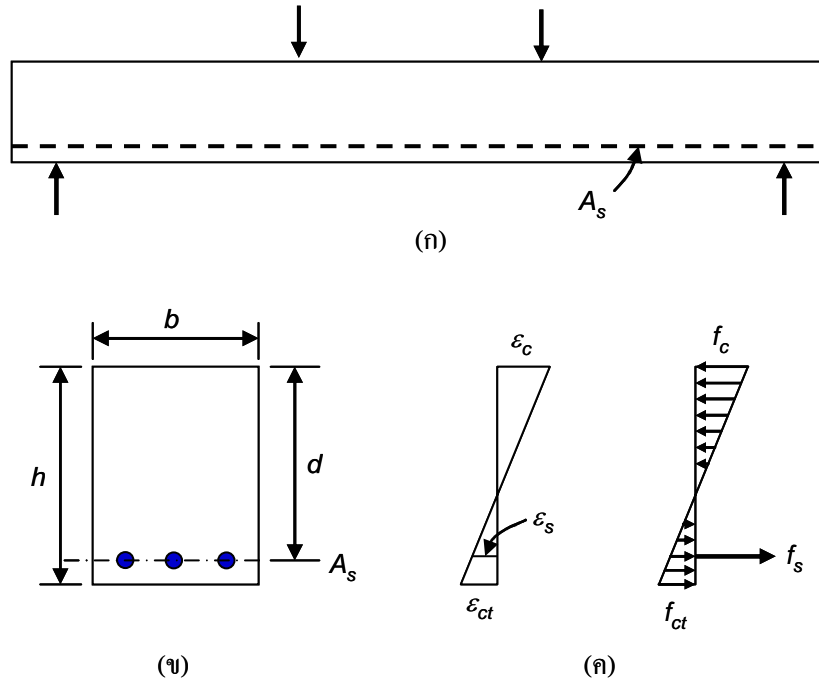
ตามแนวคิดของวิธีกำลังนั้น เราจะพิจารณาพฤติกรรมขององค์อาคารในการรับน้ำหนักบรรทุกไปจนถึงสภาวะการวิบัติ ทำให้สามารถบอกได้อย่างชัดเจนว่าองค์อาคารที่เราออกแบบจะสามารถรับน้ำหนักบรรทุกได้มากจนวิบัตินั้นเป็นเท่าไร แต่เดิมจึงเรียกวิธีนี้ว่า *วิธีกำลังประลัย (Ultimate Strength Design, USD)* เน้นอนว่าในการใช้งานจริงเราคงไม่ให้โครงสร้างรับน้ำหนักถึงค่าที่จะทำให้เกิดการวิบัตินั้น น้ำหนักบรรทุกที่ใช้ในการออกแบบจะถูกคูณเพิ่มค่าขึ้นมา ในขณะที่เดียวกันกำลังขององค์อาคารก็จะถูกคูณลดค่าลงมาแล้วจึงทำการคำนวณออกแบบ

พฤติกรรมขององค์อาคารคอนกรีตเสริมเหล็กในช่วงที่ใกล้วิบัตินั้นจะค่อนข้างซับซ้อน โดยการคำนวณออกแบบจะตั้งอยู่บนสมมุติฐานดังนี้

1. ความเครียดในคอนกรีตและเหล็กเสริมที่ตำแหน่งเดียวกันมีค่าเท่ากัน โดยที่แรงยึดเหนี่ยวระหว่างเหล็กและคอนกรีตมีอย่างเพียงพอ
2. ความเครียดในคอนกรีตแปรผันเป็นเส้นตรงตามระยะจากแกนสะเทิน
3. โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กทุกเกรดใช้ $E_s = 2.04 \times 10^6$ ก.ก./ซม.² หน่วยแรงอิลาสติกคำนวณได้จากการคูณความเครียดด้วย E_s
4. ระบายหน้าตัดยังคงเป็นระนาบหลังการเสียรูปทรงจากการรับน้ำหนัก
5. กำลังดึงคอนกรีตจะไม่นำมาคิดเนื่องจากมีค่าน้อยเพียง 10% ของกำลังอัด และการแตกร้าวทำให้คอนกรีตมีประสิทธิภาพลดลง
6. ณ จุดวิบัติความเครียดมากที่สุดของคอนกรีตถูกสมมุติให้เท่ากับ 0.003

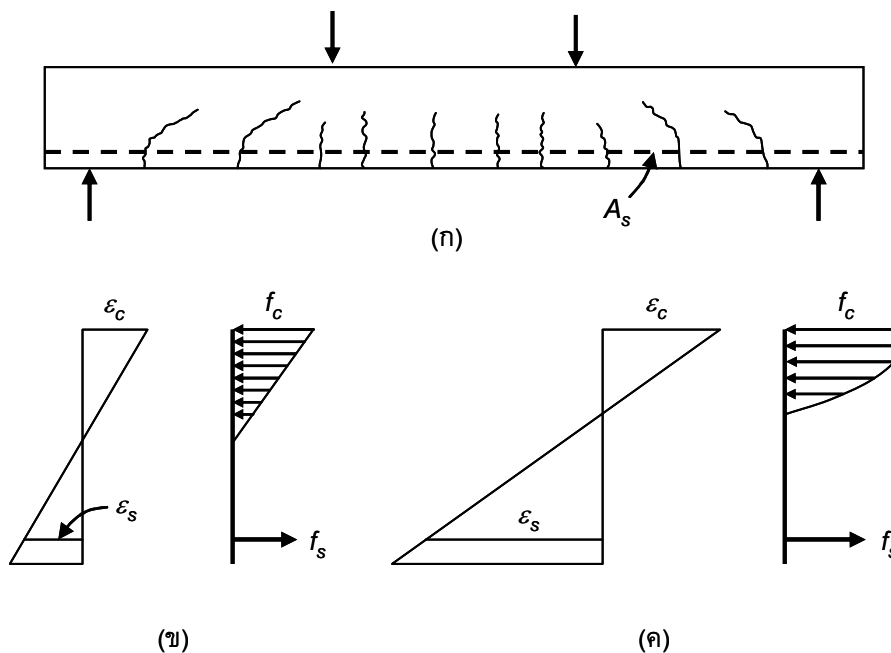
3.2 พฤติกรรมของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก

ในคานซึ่งรับการค้ำยันนั้นต้องการความต้านทานทั้งการรับแรงอัดและแรงดึง แต่กำลังรับแรงดึงของคอนกรีตนั้นต่ำกว่ากำลังรับแรงอัดมาก ดังนั้นจึงมีการใช้เหล็กเสริมช่วยรับแรงดึง ในกรณีของคานช่วงเดียวดังในรูปที่ 3.1ก เหล็กเสริมจะถูกใช้บริเวณด้านล่างของหน้าตัดคานดังในรูปที่ 3.1ข



รูปที่ 3.1 พฤติกรรมของคานคอนกรีตเสริมเหล็กรับน้ำหนักบรรทุกในช่วงอิลาสติก

เมื่อน้ำหนักบรรทุกบนคานมีขนาดเล็กน้อย คานจะแสดงพฤติกรรมอิลาสติก ความเครียดที่เกิดขึ้นจากการรับน้ำหนักจะแปรตามระยะจากแกนสะเทิน โดยทั้งเหล็กและคอนกรีตที่ระดับเดียวกันจะมีความเครียดเท่ากัน แต่โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กมีมากกว่าดังนั้นหน่วยแรงในเหล็กจึงมากกว่าดังในรูปที่ 3.1ค



รูปที่ 3.2 พฤติกรรมของคานคอนกรีตเสริมเหล็กหลังเกิดการแตกร้าว

ต่อมาน้ำหนักบรรทุกเพิ่มขึ้นจนถึงกำลังดึงของคอนกรีต จะเกิดการแตกร้าวบริเวณใต้ท้องคานต่ำจากแกนสะเทิน ดังในรูป 3.2ก คอนกรีตบนหน้าตัดที่เกิดการแตกร้าวจะไม่สามารถรับแรงดึงได้อีกต่อไป ดังนั้นเหล็กจึงรับแรงดึงทั้งหมดดังในรูปที่ 3.2ข เมื่อน้ำหนักยังคงเพิ่มขึ้นอีกหน่วยแรงอัดในคอนกรีตและหน่วยแรงดึงในเหล็กจะเพิ่มขึ้น จนถึงสภาวะใกล้วิบัติการกระจายของหน่วยแรงอัดในคอนกรีตจะเริ่มไม่เป็นเส้นตรงดังในรูปที่ 3.2ค หน่วยแรงอัดมากที่สุดในคอนกรีตคือ $f_c = f'_c$ หรือกำลังอัดประลัยของคอนกรีต ความเครียดคอนกรีตมากที่สุด ณ จุดวิบัติคือ $\epsilon_c = \epsilon_{cu} = 0.003$ ส่วนในเหล็กเสริมนั้นเมื่อความเครียดในเหล็กนั้นเมื่อเลยจุดคราก $\epsilon_s \geq \epsilon_y$ หน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมจะมีค่า $f_s = f_y$ หรือกำลังครากของเหล็ก

3.3 กำลังรับโมเมนต์ตัด

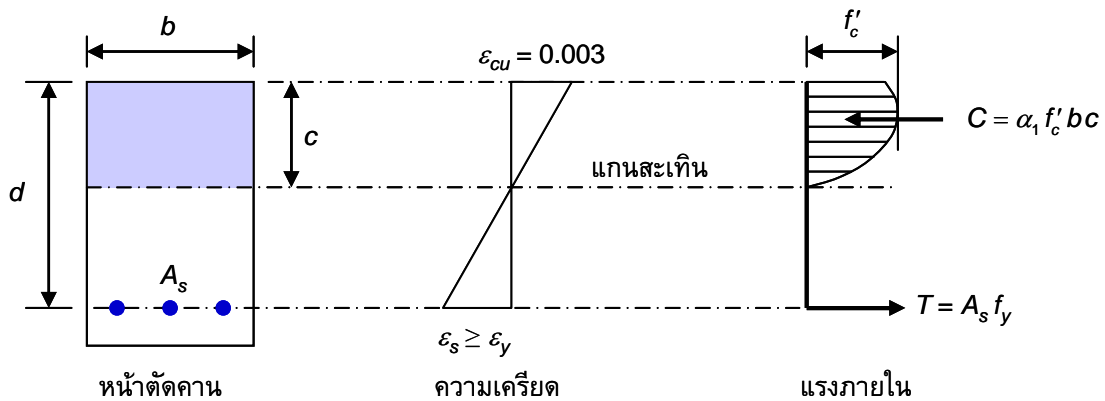
สมการพื้นฐานในการคำนวณออกแบบสำหรับการตัดคือ

$$\text{กำลังตัดต้านทาน} \geq \text{กำลังตัดที่ต้องการ} \quad (3.1ก)$$

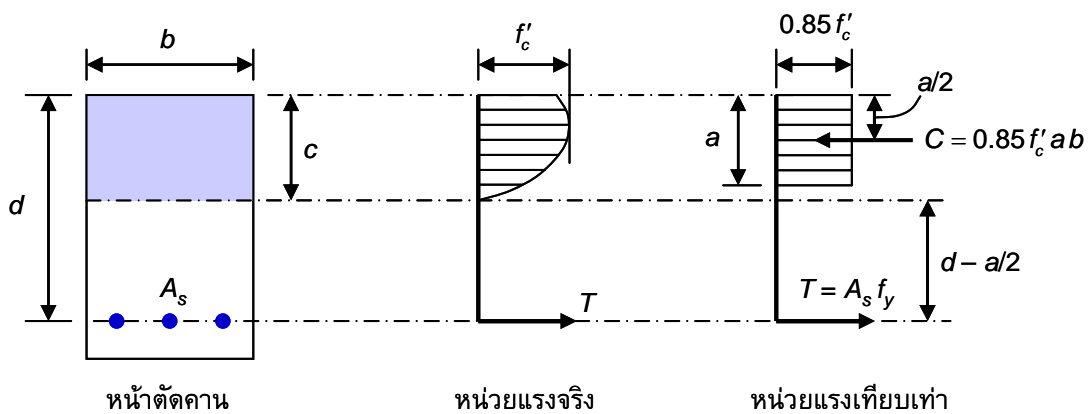
หรือ
$$\phi M_n \geq M_u \quad (3.1ข)$$

เมื่อ M_u คือโมเมนต์เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกเพิ่มค่า, M_n คือกำลังรับโมเมนต์ที่คำนวณได้ทางทฤษฎี (Nominal moment capacity) และ ϕ คือตัวคูณลดกำลังสำหรับการตัด ACI กำหนดให้เท่ากับ 0.90

ในการคำนวณกำลังรับโมเมนต์ตัด M_n นั้นจะคำนวณจากแรงคู่ควบที่เกิดขึ้นบนหน้าตัดคาน คือแรงอัดบนคอนกรีต C และแรงดึงในเหล็กเสริม T คูณด้วยระยะห่างระหว่างแรงทั้งสอง แต่เนื่องจากหน่วยแรงอัดบนคอนกรีตมีการกระจายไม่เป็นเส้นตรงดังในรูปที่ 3.3 ทำให้การคำนวณค่อนข้างยุ่งยาก



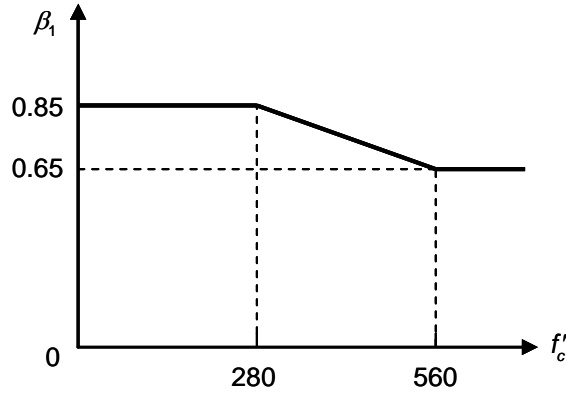
รูปที่ 3.3 หน้าตัดคานคอนกรีตเสริมเหล็กกับการตัด ณ จุดวิบัติ



รูปที่ 3.4 การกระจายหน่วยแรงบนหน้าตัดคาน

เพื่อให้การคำนวณแรงภายในหน้าตัดง่ายขึ้นมาตรฐาน ACI จึงใช้การกระจายหน่วยแรงรูปสี่เหลี่ยมเทียบเท่า หน่วยแรงในคอนกรีตจะมีค่าเท่ากับ $0.85f'_c$ คงที่จากผิวด้านรับแรงอัดเข้ามาถึงความลึก $a = \beta_1 c$ ดังในรูปที่ 3.4

ค่า $\beta_1 = 0.85$ สำหรับคอนกรีต $f'_c \leq 280$ กก./ซม.² และลดลงทีละ 0.05 ทุกๆ 70 กก./ซม.² ของ f'_c เพิ่มจาก 280 กก./ซม.² ค่าของ β_1 ต้องไม่น้อยกว่า 0.65



รูปที่ 3.5 ค่าตัวคูณ β_1 ที่กำลังอัดคอนกรีต f'_c ค่าต่างๆ

กำลังรับแรงคัต M_n สามารถหาได้จากหน่วยแรงสี่เหลี่ยมเทียบเท่าจากรูปที่ 3.4 ได้ดังนี้

$$\text{แรงอัดจากคอนกรีต:} \quad C = 0.85f'_c b a \quad (3.2)$$

$$\text{แรงดึงจากเหล็กเสริม:} \quad T = A_s f_y \quad (3.3)$$

จากสมดุลของแรง $C = T$ จะได้

$$0.85 f'_c a b = A_s f_y$$

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{\rho f_y d}{0.85 f'_c} \quad (3.4)$$

เมื่อ $\rho = A_s/bd$ คืออัตราส่วนเหล็กเสริมรับแรงดึง กำลังต้านทาน โมเมนต์ของหน้าตัดจะเท่ากับ

$$M_n = (C \text{ or } T) \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad (3.5)$$

แทนค่า a จากสมการ (3.4) ลงในสมการ (3.5) จะได้

$$M_n = \rho f_y b d^2 \left(1 - \frac{\rho f_y}{1.7 f'_c} \right) \quad (3.6)$$

ตัวคูณความต้านทานการคัต (Flexural resistance factor) R_n หาได้โดยการหารสมการ (3.6) ด้วย bd^2

$$R_n = \frac{M_n}{bd^2} = \rho f_y \left(1 - \frac{\rho f_y}{1.7 f'_c} \right) = \rho f_y \left(1 - \frac{1}{2} \rho m \right) \quad (3.7)$$

เมื่อ $m = f_y / 0.85 f'_c$ คืออัตราส่วนระหว่างกำลังของเหล็กต่อคอนกรีต

ในการออกแบบเราต้องพิจารณาค่า ρ หรืออัตราส่วนเหล็กเสริมสำหรับค่า M_u ที่ต้องการเพื่อรับน้ำหนักบรรทุกทุก เมื่อคำนวณ $M_n = M_u / \phi$ จะได้ค่า R_n เมื่อแก้สมการกำลังใน (3.7) จะได้

$$\rho = \frac{0.85 f'_c}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_n}{0.85 f'_c}} \right) = \frac{1}{m} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 m R_n}{f_y}} \right) \quad (3.8)$$

การคำนวณกำลังโมเมนต์ (3.6) และอัตราส่วนเหล็กเสริม (3.8) จะใช้ในการวิเคราะห์และออกแบบหน้าตัดคานรับการตัด อย่างไรก็ตามการคำนวณดังกล่าวตั้งอยู่บนสมมุติฐานว่าขณะเกิดการวิบัติคือความเครียดในคอนกรีตถึงค่าประลัย $\epsilon_{cu} = 0.003$ เหล็กเสริมได้ถึงหรือเลยจุดครากไปแล้วหรือ $f_s = f_y$

สถานะเช่นนี้เรียกว่า Under-reinforcement หรือ UnderRC เพราะการเสริมเหล็กมีน้อยทำให้กำลังจากเหล็กเสริมมีน้อยกว่ากำลังจากคอนกรีตทำให้เหล็กเสริมครากก่อน เป็นสภาวะวิบัติที่พึงประสงค์นั่นคือโครงสร้างจะไม่พังทลายอย่างทันทีทันใด แต่ถ้าเสริมเหล็กมากเกินไปจะเรียกว่า OverRC ซึ่งคอนกรีตจะวิบัติก่อนและโครงสร้างจะพังทลายอย่างทันทีทันใดซึ่งอันตรายกว่า UnderRC ในการวิเคราะห์หรือออกแบบจึงต้องพิจารณาให้ได้ว่าเป็น UnderRC หรือ OverRC ซึ่งทำได้โดยพิจารณาสถานะความเครียดสมดุล

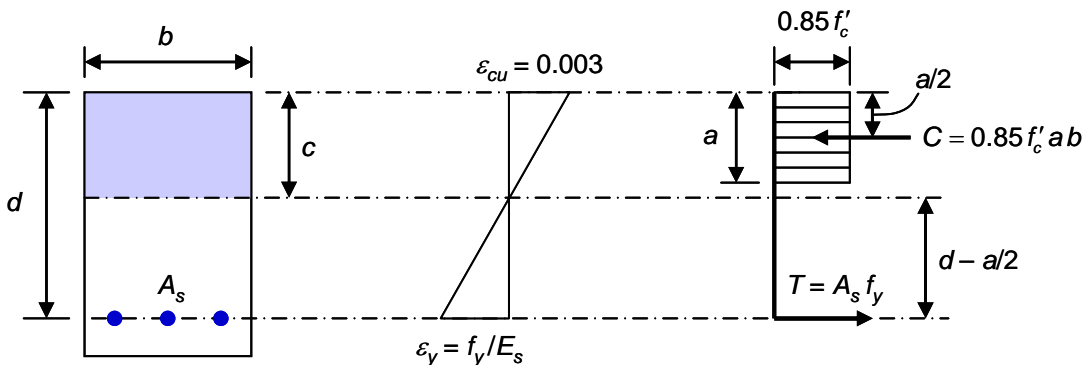
3.4 สถานะความเครียดสมดุล (Balanced Strain Condition)

สถานะความเครียดสมดุลก็คือขณะที่ความเครียดคอนกรีต ϵ_{cu} มีค่าถึง 0.003 เหล็กรับแรงดึงก็ถึงจุดคราก $\epsilon_y = f_y / E_s$ พอดีดังในรูปที่ 3.6 จากความสัมพันธ์ในแผนภูมิความเครียดจะได้

$$\frac{c}{d-c} = \frac{0.003}{f_y / E_s}$$

แทนค่า $E_s = 2.04 \times 10^6$ ก.ก./ชม.² จะได้

$$c = \left(\frac{6,120}{6,120 + f_y} \right) d \tag{3.9}$$



รูปที่ 3.6 หน้าตัดคอนกรีตรับการตัดที่สภาวะสมดุล

กำหนดให้ ρ_b เป็นอัตราส่วนเหล็กเสริมที่สภาวะสมดุล แทนค่าปริมาณเหล็กเสริม $A_{sb} = \rho_b bd$ ลงในสมการสมดุลของแรง $C = T$ จะได้

$$0.85 f'_c ab = f_y \rho_b bd$$

$$\rho_b = \frac{0.85 f'_c \left(\frac{a}{d} \right)}{f_y} = \frac{0.85 f'_c}{f_y} \beta_1 \left(\frac{c}{d} \right)$$

แทนค่าจากสมการ (3.9) จะได้

$$\rho_b = \frac{0.85 f'_c}{f_y} \beta_1 \left(\frac{6,120}{6,120 + f_y} \right) \tag{3.10}$$

อัตราส่วนเหล็กเสริมที่ใช้มีน้อยกว่าอัตราส่วนที่สภาวะสมดุลจะเป็น UnderRC ถ้าเสริมเหล็กมากกว่าก็จะเป็น OverRC ดังนั้นเหล็กเสริมในหน้าตัดคานจึงไม่ควรเกินค่า ρ_b ที่สภาวะสมดุล

เพื่อที่จะให้แน่ใจว่าการวิบัติจะเป็นแบบเหนียว (Ductile mode) ACI ได้จำกัดปริมาณของเหล็กเสริมไม่ให้มากกว่า 75% ของปริมาณในสภาวะความเครียดสมดุล

$$\rho_{\max} = 0.75 \rho_b \quad (3.11)$$

ในการออกแบบอัตราส่วนเหล็กเสริมที่คำนวณได้ต้องไม่เกินค่ามากที่สุดนี้ $\rho \leq 0.75 \rho_b$ ผู้ออกแบบบางคนนิยมเลือกอัตราส่วนเหล็กเสริมที่ค่อนข้างเผื่อไว้คือ

$$\rho = 0.5(\rho_{\max}) = 0.375 \rho_b \quad (3.12)$$

3.5 อัตราส่วนเสริมเหล็กน้อยสุด

ในบางกรณีโมเมนต์ดัดที่มากกระทำมีค่าน้อยมากและขนาดหน้าตัดที่ถูกกำหนดมามีขนาดใหญ่กว่าที่ต้องการมาก ทำให้ปริมาณเหล็กเสริมที่ต้องการที่คำนวณออกมามีค่าน้อยมาก หน่วยแรงดึงจะมีค่าน้อยกว่าค่าโมดูลัสแตกหักของคอนกรีต $f_r = 2.0\sqrt{f'_c}$ คานดังกล่าวจึงถูกใช้งานในสภาวะที่คอนกรีตไม่เกิดการแตกร้าว นั่นคือเหล็กเสริมยังไม่ได้ทำงาน คานจะรับน้ำหนักโดยกำลังของหน้าตัดคอนกรีตล้วนจนถึงจุดที่คอนกรีตเริ่มแตกร้าว M_{cr} ซึ่งถ้าเหล็กเสริมที่ใช้มีน้อยเกินไป เมื่อถึงจุดที่คอนกรีตแตกร้าวหน้าตัดจะเปลี่ยนเป็นคอนกรีตเสริมเหล็กด้วยกำลัง M_n ที่น้อยกว่ากำลัง M_{cr} ก็จะทำให้เกิดการวิบัติแบบกะทันหันได้ เพื่อป้องกันภาวะวิบัติดังกล่าว ACI กำหนดปริมาณเหล็กเสริมน้อยสุดสำหรับด้านทานการดัดเท่ากับ

$$A_{s,\min} = \frac{0.8\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \quad (3.13)$$

และไม่น้อยกว่า $14b_w d / f_y$ หรืออัตราส่วนเหล็กเสริมน้อยที่สุด $\rho_{\min} = 0.8\sqrt{f'_c} / f_y \geq 14 / f_y$ โดยค่าแรกของสมการจะใช้กับคอนกรีตกำลังสูงกว่า 300 ก.ก./ซม.² ค่าอัตราส่วนน้อยที่สุดทั้งสองจะเท่ากันที่ $f'_c = 306$ ก.ก./ซม.² แสดงว่า

$$\rho_{\min} = \frac{14}{f_y} \quad \text{เมื่อ } f'_c < 306 \text{ ก.ก./ซม.}^2 \quad (3.14ก)$$

$$\rho_{\min} = \frac{0.8\sqrt{f'_c}}{f_y} \quad \text{เมื่อ } f'_c \geq 306 \text{ ก.ก./ซม.}^2 \quad (3.14ข)$$

ในกรณีหน้าตัดคานสี่เหลี่ยมผืนผ้าให้ใช้ความกว้างคาน $b = b_w$ สำหรับหน้าตัดรูปตัว T ที่ปีกรับแรงดึง ให้ใช้ค่า $A_{s,\min}$ เป็นค่าที่น้อยกว่าระหว่าง (3.15ก) และ (3.15ข)

$$A_{s,\min} = \frac{1.6\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \quad (3.15ก)$$

$$A_{s,\min} = \frac{0.8\sqrt{f'_c}}{f_y} bd \geq \frac{14}{f_y} bd \quad (3.15ข)$$

เมื่อ b_w และ b คือความกว้างของเอวคานและปีกคานตามลำดับ

3.6 การตรวจสอบหน้าตัด

เป็นการตรวจสอบหน้าตัดเพื่อดูว่าหน้าตัดมีกำลังรับโมเมนต์ดัด M_n เพียงพอในการต้านทานโมเมนต์ภายนอกที่มากกระทำ M_u หรือ $\phi M_n \geq M_u$ ขั้นตอนมีดังนี้

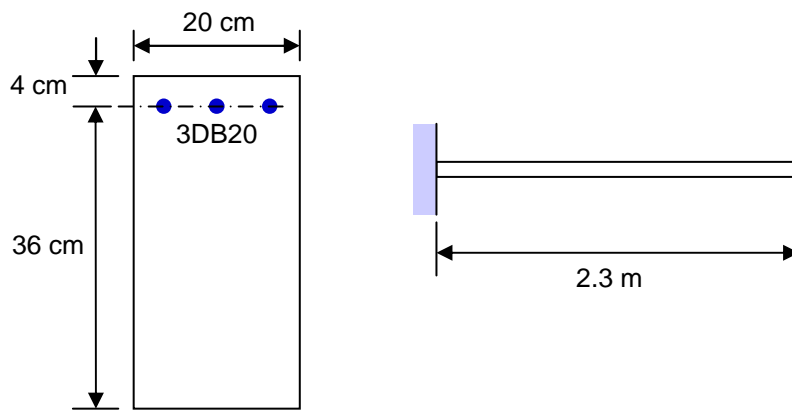
1. คำนวณโมเมนต์ที่มากกระทำจากภายนอก M_u

$$M_u = 1.4M_D + 1.7M_L$$

2. คำนวณกำลังโมเมนต์ตัด M_n ของหน้าตัด :
 - a. ตรวจสอบอัตราส่วนเหล็กเสริม $\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$
 - b. คำนวณค่า $a = A_s f_y / (0.85 f'_c b)$
 - c. คำนวณกำลังโมเมนต์ตัด $M_n = A_s f_y (d - a/2)$
3. ตรวจสอบกำลังรับโมเมนต์ตัดของหน้าตัด $\phi M_n \geq M_u$

ตัวอย่างที่ 3.1 วิเคราะห์หน้าตัดคานเสริมเหล็กเดี่ยว : เหล็กเสริมรับแรงดึงคราก

คานยื่นช่วงยาว 2.5 เมตรดังแสดงในรูปที่ 3.7 คานรับน้ำหนักบรรทุกคงที่รวมน้ำหนักตัวเอง 1.6 ตัน/เมตร และน้ำหนักบรรทุกจร 1.0 ตัน/เมตร กำหนด $f'_c = 280$ ก.ก./ซม.² และ $f_y = 4,000$ ก.ก./ซม.² ให้ตรวจสอบว่าค่ารับน้ำหนักบรรทุกได้โดยปลอดภัยหรือไม่?



รูปที่ 3.7 คานยื่นในตัวอย่างที่ 3.1

วิธีทำ

1. คำนวณโมเมนต์ตัดภายนอกที่มากที่สุด

$$w_u = 1.4(1.6) + 1.7(1.0) = 3.94 \text{ ตัน/เมตร}$$

$$M_u = w_u L^2 / 2 = 3.94 \times 2.3^2 / 2 = 10.42 \text{ ตัน-เมตร}$$

2. ตรวจสอบอัตราส่วนเหล็กเสริม

$$\rho_{\min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{4,000} = 0.0035$$

$$\rho_{\max} = 0.75 \rho_b = 0.75 \left(\frac{0.85 f'_c}{f_y} \right) \beta_1 \left(\frac{6,120}{6,120 + f_y} \right)$$

$$\rho_{\max} = 0.75 \left(\frac{0.85 \times 280}{4,000} \right) (0.85) \left(\frac{6,120}{6,120 + 4,000} \right) = 0.0229$$

ค่า ρ_{\min} และ ρ_{\max} สามารถดูได้จากตารางที่ ก.5

$$3\text{DB}20: A_s = 3(3.14) = 9.42 \text{ ซม.}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{9.42}{20 \times 36} = 0.0131$$

$$(\rho_{\min} = 0.0035) < (\rho = 0.0131) < (\rho_{\max} = 0.0229)$$

OK

3. คำนวณกำลังโมเมนต์ตัด

$$a = \frac{A_s f_y}{0.85 f'_c b} = \frac{9.42 \times 4,000}{0.85 \times 280 \times 20} = 7.916 \text{ ซม.}$$

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = 9.42(4,000) \left(36 - \frac{7.916}{2} \right) = 1,207,343 \text{ ก.ก.-ซม.}$$

4. ตรวจสอบกำลังโมเมนต์ตัด

$$\phi M_n = (0.90)1,207,343/1.0 \times 10^5 = 10.87 \text{ ตัน-เมตร} > M_u = 10.42 \text{ ตัน-เมตร}$$

∴ หน้าตัดรับโมเมนต์ตัดได้

■

ตัวอย่างที่ 3.2 วิเคราะห์หน้าตัดคานเสริมเหล็กเดี่ยว : เหล็กเสริมรับแรงดึงไม่คราก

คำนวณกำลังโมเมนต์ตัด M_n ของหน้าตัดคาน $b = 30$ ซม. $d = 44$ ซม. $A_s = 34.36$ ซม.² (7DB25) กำหนด $f'_c = 210$ ก.ก./ซม.² และ $f_y = 4,000$ ก.ก./ซม.²

วิธีทำ

1. ตรวจสอบอัตราส่วนเหล็กเสริม

$$\rho_{\min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{4,000} = 0.0035$$

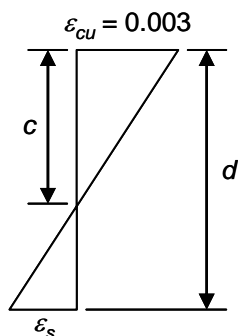
$$\rho_b = \frac{0.85 \times 210}{4,000} (0.85) \left(\frac{6,120}{6,120 + 4,000} \right) = 0.0229$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{34.36}{30 \times 44} = 0.0260 > \rho_b$$

OverRC

ดังนั้นเหล็กเสริมรับแรงดึงยังไม่ถึงจุดครากขณะเกิดการวิบัติ พิจารณานำหน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมโดยพิจารณาจากแผนภูมิความเครียด

2. คำนวณตำแหน่งแกนสะเทินและหน่วยแรงดึงในเหล็กเสริม



จากกฎสามเหลี่ยมคล้าย:

$$\frac{c}{d} = \frac{0.003}{0.003 + \epsilon_s}$$

คูณทั้งข้างบนและล่างด้วย E_s และจัดเรียงใหม่

$$f_s = 6,120(d - c)/c$$

รูปที่ 3.8 แผนภูมิความเครียด

จากสมดุลของแรง $T = C$:

$$A_s f_s = 0.85 f'_c ab$$

แทนค่าตัวแปรต่างๆและ f_s ลงในสมการจะได้

$$(34.36)(6,120)(44 - c)/c = 0.85(210)(0.85)c(30)$$

$$4551.75c^2 + 210,283c - 9,252,461 = 0$$

$$c^2 + 46.2c - 2,033 = 0$$

แก้สมการกำลังสองได้ค่า $c = 27.56$ ซม. ได้ $a = 23.43$ ซม.

$$f_s = 6,120(44 - 27.56)/27.56 = 3,651 \text{ ก.ก./ซม.}^2 < [f_y = 4,000 \text{ ก.ก./ซม.}^2]$$

OK

3. คำนวณกำลังโมเมนต์ตัด

$$\begin{aligned} M_n &= A_s f_s \left(d - \frac{a}{2} \right) = 34.36(3,651) \left(44 - \frac{23.43}{2} \right) \\ &= 4,050,100 \text{ ก.ก.-ซม.} = 40.5 \text{ ตัน-เมตร} \end{aligned}$$

■

3.7 การออกแบบหน้าตัดสี่เหลี่ยมรับแรงดัดที่เสริมเพียงเหล็กรับแรงดึง

ในการออกแบบหน้าตัดสี่เหลี่ยมรับแรงดัดโดยเสริมเพียงเหล็กรับแรงดึงนั้น ปัญหาอยู่ที่การพิจารณาค่า b , d และ A_s จากค่าโมเมนต์ดัดที่ต้องการให้หน้าตัดรับ M_u และคุณสมบัติของวัสดุ f'_c และ f_y ขั้นตอนในการออกแบบมีสองแนวทางคือ เลือกปริมาณเหล็กเสริมก่อนแล้วจัดขนาดคาน หรือเลือกขนาดคานก่อนแล้วคำนวณปริมาณเหล็กที่ต้องการ

ขั้นตอนการออกแบบโดยเลือกปริมาณเหล็กก่อนแล้วจัดขนาดคาน

1) เลือกอัตราส่วนเหล็กเสริม ρ ที่เหมาะสมอยู่ระหว่าง $\rho_{\min} < \rho < \rho_{\max}$ โดยมากจะอยู่ที่ $0.60\rho_{\max}$ หรือถ้าออกแบบโดยเพื่อความปลอดภัยมากหน่อยก็ใช้ที่ $0.50\rho_{\max}$

2) คำนวณสัมประสิทธิ์ความต้านทานโมเมนต์ดัด R_n จากอัตราส่วนเหล็กเสริมที่เลือก

$$R_n = \rho f_y \left(1 - \frac{\rho f_y}{1.7 f'_c} \right)$$

3) พิจารณาขนาดหน้าตัดที่ต้องการจาก $b d^2 = \frac{M_n}{R_n} = \frac{M_u}{\phi R_n}$

ขั้นตอนการออกแบบโดยเลือกขนาดคานก่อนแล้วคำนวณปริมาณเหล็กที่ต้องการ

1) เลือกขนาดคานที่เหมาะสมคือค่า b และ d ซึ่งจริงๆแล้ว จะเริ่มจากเลือกความลึกทั้งหมด h แล้วคำนวณ d โดยการลบระยะหุ้มคอนกรีตออก

2) คำนวณสัมประสิทธิ์ความต้านทานโมเมนต์ดัด R_n ที่ต้องการจาก

$$R_n = \frac{M_n}{b d^2} = \frac{M_u}{\phi b d^2}$$

3) คำนวณอัตราส่วนเหล็กเสริมจาก $\rho = \frac{0.85 f'_c}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_n}{0.85 f'_c}} \right)$

4) ตรวจสอบว่า $\rho_{\min} < \rho < \rho_{\max}$ หรือไม่?

5) เลือกเหล็กเสริมและตรวจสอบกำลังของหน้าตัดเพื่อให้แน่ใจว่า $\phi M_n \geq M_u$

ตัวอย่างที่ 3.3 ออกแบบหน้าตัดคานเสริมเหล็กเดี่ยวเมื่อรู้ค่า b และ h

หน้าตัดคานถูกกำหนดให้มีความกว้าง $b = 30$ ซม. และ $h = 50$ ซม. เพื่อรับโมเมนต์ประลัย $M_u = 20$ ตัน-เมตร ใช้ $f'_c = 240$ ก.ก./ซม.² $f_y = 4,000$ ก.ก./ซม.²

วิธีทำ

1. พิจารณาค่าจำกัดของอัตราส่วนเสริมเหล็ก ρ

จากตารางที่ ก.5 $\rho_{\max} = 0.0197$
 $\rho_{\min} = 14/4,000 = 0.0035$

2. อัตราส่วนเสริมเหล็ก ρ ที่ต้องการ

สมมุติความลึกประสิทธิภาพ $d = 50 - 6 = 44$ ซม.

$$R_n = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{20 \times 10^5}{0.9 \times 30 \times 44^2} = 38.26 \text{ ก.ก./ซม.}^2$$

$$\rho = \frac{0.85 f'_c}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2R_n}{0.85 f'_c}} \right) = \frac{0.85 \times 240}{4,000} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 38.26}{0.85 \times 240}} \right) = 0.0106$$

$$\rho_{\min} < \rho = 0.0106 < \rho_{\max}$$

OK

3. จำนวน A_s ที่ต้องการและเลือกใช้เหล็กเสริม

$$A_s = \rho b d = 0.0106(30)(44) = 13.99 \text{ ซม.}^2$$

เลือกเหล็กเสริม 3DB25 ($A_s = 14.73 \text{ ซม.}^2$)

4. ตรวจสอบการออกแบบ

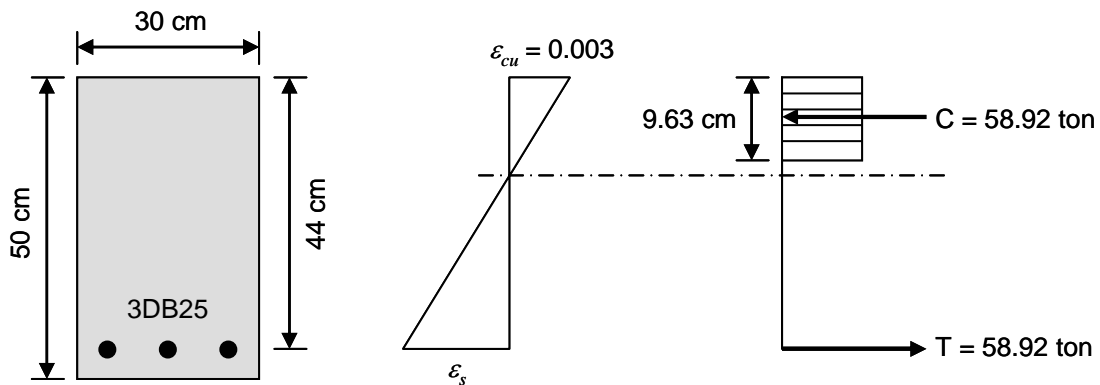
$$T = A_s f_y = (14.73)(4.0) = 58.92 \text{ ตัน}$$

$$a = \frac{T}{0.85 f'_c b} = \frac{58.92}{0.85(0.24)(30)} = 9.63 \text{ ซม.}$$

$$M_n = T \left(d - \frac{a}{2} \right) = 58.92 \left(44 - 9.63/2 \right) / 100$$

$$= 23.1 \text{ ตัน-เมตร} > [M_u / \phi = 20 / 0.9 = 22.2 \text{ ตัน-เมตร}]$$

OK



รูปที่ 3.9 หน้าตัดสำหรับตัวอย่างที่ 3.3

ตัวอย่างที่ 3.4 ออกแบบหน้าตัดคานเสริมเหล็กเดี่ยวเมื่อไม่รู้ค่า b และ h

จงออกแบบหน้าตัดคานเพื่อรับโมเมนต์ $M_u = 50$ ตัน-เมตร ใช้ $f'_c = 280$ ก.ก./ซม.², $f_y = 4,000$ ก.ก./ซม.²

วิธีทำ

1. พิจารณาค่าจำกัดของอัตราส่วนเสริมเหล็ก ρ

จากตารางที่ ก.5 $\rho_{\max} = 0.0229$