

บทที่ 4

การวิเคราะห์มิติและความคล้ายคลึง

การแก้ปัญหาทางกลศาสตร์ของไหลในบางครั้งอาจไม่สามารถทำได้โดยอาศัยทฤษฎีล้วน ๆ เพียงอย่างเดียว แต่ต้องให้การทดลองเข้ามาช่วย และโดยทั่ว ๆ ไป การทดลองแต่ละเรื่องมักจะใช้เวลามาก เนื่องจากจำเป็นต้องทำซ้ำหลาย ๆ ครั้ง แต่ถ้านำการวิเคราะห์มิติ (Dimension Analysis) เข้ามาช่วยในการหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่าง ๆ ในเบื้องต้นก็จะสามารถลดจำนวนครั้งของการทดลองได้ ในขณะเดียวกัน เมื่อนำกฎของความคล้ายคลึงกัน (The Law of Similitude or Similarity) มาใช้ก็จะสามารถประยุกต์ข้อมูลและผลจากการทดลองเข้ากับกรณีอื่น ๆ ได้ จึงนับว่าทั้งกฎของความคล้ายคลึงกันและการวิเคราะห์มิติมีประโยชน์อย่างมากในวิชากลศาสตร์ของไหล

4.1) ความคล้ายคลึงกัน (Similitude)

ในการศึกษาและทดสอบหุ่นจำลอง (Physical model) เพื่อนำผลการทดสอบมาใช้กับต้นแบบ หรือของจริงภายหลัง จำเป็นจะต้องให้หุ่นจำลองมีลักษณะคล้ายคลึงกับต้นแบบมากที่สุด กฎของความคล้ายคลึงกันมีประโยชน์ 2 ประการ คือ ประการแรกเกี่ยวกับความสะดวกในการเลือกใช้ของไหลกับหุ่นจำลอง เช่น การทดสอบอาคารชลศาสตร์หรืออากาศยานสามารถใช้น้ำและอากาศแทนที่จะใช้แก๊ส ไอน้ำ หรือน้ำมัน เป็นต้น ประการที่สองช่วยลดค่าใช้จ่ายในการทดสอบ เพราะสามารถย่อขนาดจากของจริงลงมาเป็นหุ่นจำลองซึ่งมีขนาดเล็กลง

ความคล้ายคลึงกันของหุ่นจำลองกับต้นแบบ แบ่งได้ 3 ประเภท ดังนี้

- 1 ความคล้ายคลึงเชิงเรขาคณิต (Geometric similarity)
- 2 ความคล้ายคลึงเชิงจลน์ (Kinematics similarity)
- 3 ความคล้ายคลึงเชิงพลวัต (Dynamic similarity)

4.2) ความคล้ายคลึงเชิงเรขาคณิต (Geometric similarity)

การศึกษาหุ่นจำลองใด ๆ ก็ตาม สิ่งสำคัญอย่างหนึ่งคือหุ่นจำลองจะต้องมีความคล้ายคลึงกับต้นแบบในเชิงเรขาคณิต จะแตกต่างกันเฉพาะขนาดเท่านั้น

ถ้าให้ L_p เป็นความยาวของด้านใด ๆ ที่พิจารณาของต้นแบบ

L_m เป็นความยาวของด้านใด ๆ ที่พิจารณาของหุ่นจำลอง

$L_r = L_p / L_m$ เป็นสัดส่วนความยาว (Length ratio)

ถ้าหุ่นจำลองมีความคล้ายคลึงเชิงเรขาคณิตกับต้นแบบแล้ว พื้นที่จะแปรผันตาม L_r^2 และ ปริมาตรแปรผันตาม L_r^3

4.3) ความคล้ายคลึงเชิงจลน์ (Kinematics similarity)

หุ่นจำลองที่มีความคล้ายคลึงเชิงจลน์กับต้นแบบได้ต้องมีความคล้ายคลึงเชิงเรขาคณิตอยู่ แล้ว เพราะความคล้ายคลึงเชิงจลน์จะเกิดขึ้นเมื่อสัดส่วนของความเร็วที่จุดเดียวกันในหุ่นจำลอง และต้นแบบจะต้องเท่ากันตลอดในสนามการไหล ถ้าให้ p แทนต้นแบบ และ m แทนหุ่นจำลอง จะพบว่า

$$\text{สัดส่วนความเร็ว คือ } V_r = V_p / V_m$$

$$\text{สัดส่วนเวลา คือ } T_r = L_r / V_r$$

$$\text{สัดส่วนความเร่ง คือ } a_r = L_r / T_r^2 = V_r^2 / L_r$$

4.4) ความคล้ายคลึงเชิงพลวัต (Dynamic similarity)

หุ่นจำลองจะมีความคล้ายคลึงเชิงพลวัตกับต้นแบบก็ต่อเมื่อ สัดส่วนของแรงต่าง ๆ ที่ กระทำนั้นเท่ากัน ซึ่งแรงเหล่านั้นประกอบด้วย แรงเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลก (F_G) แรง เนื่องจากความดัน (F_p) แรงเนื่องจากความหนืด (F_v) แรงเนื่องจากความยืดหยุ่น (F_y) และ แรง เนื่องจากความตึงผิว (F_T)

ถ้าผลลัพธ์ของแรงต่าง ๆ ข้างต้นมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ แสดงว่าวัตถุจะต้องมีความเร่งตามกฎ ของนิวตัน ทำให้วัตถุไม่อยู่ในสภาวะสมดุล แต่แรงลัพธ์นี้สามารถที่จะแปลงเป็นแรงที่จะทำให้วัตถุ สมดุลได้โดยการเพิ่มแรงเนื่องจากความเฉื่อย F_i เข้าไปในระบบ แรงเนื่องจากความเฉื่อยนี้มีขนาด เท่ากับแรงลัพธ์ แต่ทิศทางตรงกันข้าม นั่นคือ

$$\sum F = F_G + F_p + F_v + F_e + F_T = R$$

$$\text{และ } F_i = -R$$

$$\text{ดังนั้น } F_G + F_p + F_v + F_e + F_T + F_i = 0$$

โดยที่แต่ละแรงมีค่าจำกัดความดังนี้

ความโน้มถ่วง; $F_G = mg = \rho L^3 g$

ความดัน; $F_p = (\Delta p) \cdot A = (\Delta p) \cdot L^2$

ความหนืด; $F_v = \mu \cdot \left(\frac{du}{dy} \right) \cdot A = \mu \cdot \left(\frac{v}{L} \right) \cdot A = \mu \cdot v \cdot L$

ความยืดหยุ่น; $F_E = E_v \cdot A = E_v \cdot L^2$

ความตึงผิว; $F_T = \sigma \cdot L$

ความเฉื่อย; $F_I = ma = \rho \cdot L^3 \cdot \frac{L}{T^2} = \rho \cdot L^4 \cdot T^{-2} = \rho \cdot v^2 \cdot L^2$

ถ้าต้นแบบและหุ่นจำลองมีความคล้ายคลึงเชิงพลวัต จะได้

$$\frac{F_{GP}}{F_{GM}} = \frac{F_{PP}}{F_{PM}} = \frac{F_{VP}}{F_{VM}} = \frac{F_{IP}}{F_{IM}}$$

หรืออาจจะเขียนได้ว่า

$$\left[\frac{F_I}{F_G} \right]_p = \left[\frac{F_I}{F_G} \right]_m; \left[\frac{F_I}{F_P} \right]_p = \left[\frac{F_I}{F_P} \right]_m; \left[\frac{F_I}{F_V} \right]_p = \left[\frac{F_I}{F_V} \right]_m$$

ซึ่งเทอมดังกล่าวข้างบนนี้เรียกว่า สัดส่วนของแรงเนื่องจากความเฉื่อยกับแรงต่าง ๆ โดยเทอมดังกล่าวนี้เป็นเทอมที่ไร้มิติ และมีชื่อเรียกต่าง ๆ ดังนี้

1) Reynolds Number (R) คืออัตราส่วนของแรงเนื่องจากความเฉื่อยกับแรงเนื่องจากความหนืด

$$R = \frac{F_I}{F_v} = \frac{L^2 v^2 \rho}{Lv \mu} = \frac{Lv \rho}{\mu} = \frac{Lv}{\nu}$$

โดยที่ R มิติ และ L อาจจะเป็นความยาวใด ๆ ที่มีส่วนสำคัญต่อรูปแบบการไหล เช่นในกรณีของการไหลในท่อจะแทนค่า L ด้วยเส้นผ่าศูนย์กลาง

2) Froude Number (F) คือ อัตราส่วนของแรงเนื่องจากความเฉื่อยกับแรงเนื่องจากความโน้มถ่วงของโลก

$$F = \frac{v}{\sqrt{gL}}$$

โดยที่ค่าความยาว L จะต้องเป็นความยาวใด ๆ ที่มีความสำคัญต่อรูปแบบการไหล เช่น ในกรณีที่ เป็นเรือค่าของ L จะเป็นความยาวตามแนวระดับผิวน้ำ แต่ถ้าเป็นการไหลในทางน้ำเปิดค่าของ L จะเป็นความลึกของน้ำ

ในกรณีที่หุ่นจำลองมีความคล้ายคลึงเชิงพลวัตกับต้นแบบ แสดงว่าทั้งคู่จะต้องมีค่า F เท่ากัน ซึ่งค่า V จะผันแปรตาม \sqrt{gL} เมื่อ g คือค่าคงที่ ดังนั้นโดยทั่ว ๆ ไป จะได้

$$v_r = \frac{v_p}{v_m} = \sqrt{L_r} \quad (\text{เมื่อ } F \text{ เท่ากัน})$$

$$T_r = \frac{T_p}{T_m} = \sqrt{L_r} \quad (\text{เมื่อ } F \text{ เท่ากัน}) \quad \text{และเรียกว่าสัดส่วนของเวลา}$$

$$a_r = 1$$

$$Q_r = \frac{Q_p}{Q_m} = (L_r)^{5/2} \quad (\text{เมื่อ } F \text{ เท่ากัน})$$

3) Mach Number (M) คือ สัดส่วนของความเร็วของของไหล (หรือความเร็วของเทวดัตถุที่เคลื่อนที่ในของไหลสถิต) กับความเร็วของคลื่นเสียงในของไหลนั้น

$$M = \frac{v}{c}$$

เมื่อ c คือความเร็วของคลื่นเสียงในของไหลนั้น ๆ

ถ้า $M < 1$ เรียกการไหลว่า subsonic

$M = 1$ เรียกการไหลว่า sonic

$M > 1$ เรียกการไหลว่า supersonic

M มีค่าสูงมาก ๆ เรียกการไหลว่า hypersonic

4) Weber Number (W) การไหลโดยทั่วไปมักจะไม่นำแรงตึงผิวมาพิจารณา แต่มีบางกรณีที่แรงตึงผิวมีความสำคัญ ตัวอย่างเช่น กรณีที่วัตถุแผ่นระนาบจมอยู่ในการไหล จะมีชั้นบาง ๆ ของของเหลวไหลผ่านพื้นผิวของวัตถุนั้น ซึ่งแรงตึงผิวมีผลมาก ซึ่งรากที่สองของสัดส่วนของแรงเนื่องจากความเฉื่อยกับแรงตึงผิว คือ Weber Number แสดงว่า

$$W = \left(\frac{\rho v^2 L^2}{\sigma L} \right)^{1/2} = \frac{v}{\sqrt{\frac{\sigma}{\rho L}}}$$

5) Euler Number (E) คือสัดส่วนของแรงเนื่องจากความเฉื่อยกับแรงเนื่องจากความดัน ซึ่งสามารถเขียนได้หลายรูปแบบ ที่นิยมใช้มักจะเขียนอยู่ในรูปของ

$$E = \frac{v}{\sqrt{2 \left(\frac{\Delta p}{\rho} \right)}} = \frac{v}{\sqrt{2g \left(\frac{\Delta p}{\gamma} \right)}}$$

4.5) มิติของปริมาณในวิชากลศาสตร์ของไหล (Dimensions of physical quantities used in fluid mechanics)

ในวิชากลศาสตร์ของไหล มิติพื้นฐาน (Basic dimension) คือมวลสาร (M) ความยาว (L) และเวลา (T) ซึ่งทั้งสามนี้มีความสัมพันธ์กันตามกฎข้อที่สองของนิวตัน คือ $F = ma$ และมีมิติเป็น

$$F = MLT^{-2}$$

ตารางที่ 1 มิติของปริมาณทางกายภาพและหน่วยในระบบ SI

ปริมาณและคุณสมบัติ	หน่วย	สัญลักษณ์	มิติ	
			F-L-T	M-L-T
พื้นที่	m^2	A	L^2	L^2
ปริมาตร	m^3	V	L^3	L^3
ความเร็ว	m/s	v	LT^{-1}	LT^{-1}
ความเร่ง	m/s^2	a	LT^{-2}	LT^{-2}
ความเร็วเชิงมุม	rad/s	w	T^{-1}	T^{-1}
แรง	N	F	F	MLT^{-2}
มวลสาร	kg	m	FT^2L^{-1}	M
น้ำหนักจำเพาะ	N/m^3	γ	FL^{-3}	$ML^{-2}T^{-2}$
ความหนาแน่น	kg/m^3	ρ	FT^2L^{-4}	ML^{-3}
ความดัน	N/m^2	p	FL^{-2}	$ML^{-1}T^{-2}$
ความหนืดสัมบูรณ์	kg/m s	μ	FTL^{-2}	$ML^{-1}T^{-1}$
ความหนืดจลน์	m^2/s	ν	L^2T^{-1}	L^2T^{-1}
โมดูลัสความยืดหยุ่น	N/m^2	E	FL^{-2}	$ML^{-1}T^{-2}$
กำลัง	Watt	P	FLT^{-1}	ML^2T^{-3}
แรงบิด	N m	T	FL	ML^2T^{-2}
อัตราการไหล	m^3/s	Q	L^3T^{-1}	L^3T^{-1}
ความเฉือน	N/m^2	τ	FL^{-2}	$ML^{-1}T^{-2}$
ความตึงผิว	N/m	σ	FL^{-1}	MT^{-2}
น้ำหนัก	N	W	F	MLT^{-2}
อัตราการไหลเชิงน้ำหนัก	N/s	W	FT^{-1}	MLT^{-3}

4.6) ทฤษฎี Buckingham π (Buckingham π theorem)

ทฤษฎี Buckingham π กล่าวว่า ในปัญหาทางกายภาพใด ๆ ที่มีตัวแปร n จำนวน และมีอยู่ m มิติ จะสามารถรวมตัวแปรต่าง ๆ เหล่านั้นเป็นเทอมที่ไม่มีมิติได้ $n-m$ เทอม เช่นถ้าให้ $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ เป็นตัวแปรที่เกี่ยวข้องในปัญหานั้น ๆ ซึ่งอาจจะเป็นความดัน ความเร็ว แรงตึงผิว ความหนืด และอื่น ๆ โดยที่ตัวแปรเหล่านี้ล้วนมีความสำคัญในปัญหาที่กำลังพิจารณา ดังนั้นจึงสามารถเขียนความสัมพันธ์ในเชิงของฟังก์ชันได้เป็น

$$F(A_1, A_2, A_3, \dots, A_n) = 0$$

ถ้าให้ $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots$ เป็นเทอมที่ไม่มีมิติที่เกิดจากการรวมกลุ่มของตัวแปร $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ เข้าด้วยกัน โดยจะมีอยู่ $n-m$ จำนวน และสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ในรูปของ

$$f(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m}) = 0$$

วิธีการหาเทอมที่ไม่มีมิติ π สามารถทำได้ตามขั้นตอนดังนี้

- 1) เขียนตัวแปรทุกตัวที่เกี่ยวข้องและมีความสำคัญในปัญหา
- 2) เขียนมิติของตัวแปรทุกตัวให้อยู่ในรูปของมิติพื้นฐานคือ M, L, T
- 3) จำนวนของเทอมที่ไม่มีมิติเท่ากับ $n-m$ จำนวน โดยที่ n คือจำนวนตัวแปรทั้งหมด และ m คือจำนวนมิติพื้นฐานที่เกี่ยวข้องในปัญหานั้น ๆ
- 4) เลือกตัวแปรซ้ำ (repeating variables) จำนวนเท่ากับจำนวนของมิติพื้นฐาน โดยที่ตัวแปรซ้ำที่เลือกนั้นจะต้องมีมิติพื้นฐานครบถ้วนเมื่อนำมารวมกัน
- 5) π เทอมแรกจะเท่ากับผลคูณของตัวแปรซ้ำกับตัวแปรใด ๆ อีก 1 ตัวที่เหลือ และ π เทอมต่อ ๆ ไปก็จะเท่ากับผลคูณของตัวแปรซ้ำกับตัวแปรที่เหลือตัวต่อ ๆ ไปตามลำดับ
- 6) ให้ตัวแปรของ π เทอมแรก มีดัชนีไม่ทราบค่าเป็น a_1, b_1 , และ c_1 (ในกรณีที่มีตัวแปรซ้ำ 3 ตัว) ส่วนตัวแปรอีก 1 ตัวมีเลขดัชนีเท่ากับ 1 สำหรับ π เทอมที่สองจะมีดัชนี a_1, b_1, c_1 , และ 1 ตามลำดับ และต่อ ๆ ไปจนครบทุกเทอม
- 7) แทนค่ามิติของตัวแปรแต่ละตัวลงไปใน π แต่ละเทอม แล้วให้เท่ากับ MLT ที่มีดัชนีเป็นศูนย์ (ไม่มีมิติ) จะได้สมการสามชั้นของดัชนี
- 8) แก้สมการหาค่า a_1, b_1 , และ c_1 สำหรับ π เทอมแรก และค่าของ a_2, b_2 , และ c_2 สำหรับ π เทอมที่สอง และต่อ ๆ ไปจนครบ เมื่อแทนค่าดัชนี ก็จะได้เทอมที่ไม่มีมิติ π ทุกตัว

9) จัดรูปของ π แต่ละเทอมให้อยู่ในรูปง่าย ๆ เช่นอาจจะกลับเศษส่วน หรือคูณด้วยตัวแปรใด ๆ เข้าไปทั้งเศษและส่วน เพื่อที่จะพยายามทำให้เทอม π นี้ไปสอดคล้องกับเทอมไร้มิติต่าง ๆ ที่มีผู้คิดค้นไว้แล้ว

10) รวม π บางเทอมเข้าด้วยกัน และคำตอบที่ได้จะสามารถบอกได้ว่า สิ่งที่ต้องการวิเคราะห์นั้น เป็นฟังก์ชันของตัวแปรใดบ้าง แต่ละตัวมีดัชนีเป็นเท่าใด

ตัวอย่าง 4.1 จงหาสมการทั่วไปของอัตราการไหลผ่านหลอดเล็ก ๆ ที่วางอยู่ในแนวระดับ กำหนดให้อัตราการไหลขึ้นอยู่กับการสูญเสียความดันต่อหน่วยความยาว ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของหลอด และความหนืดสัมบูรณ์ของของไหล

4.7) การศึกษาหุ่นจำลอง (Model studies)

ปัญหาหลักในการศึกษาหุ่นจำลอง คือ จะต้องทราบว่าแรงชนิดใดบ้างที่มีความสำคัญต่อสภาพการไหล และจะต้องใช้ขนาดของหุ่นจำลองเท่าใดจึงจะเกิดความคล้ายคลึงเชิงพลวัต ดังจะได้กล่าวในรายละเอียดเป็นกรณี ๆ ไปดังนี้

1) การทดสอบในอุโมงค์น้ำและอุโมงค์ลม (Wind- & water- tunnel)

- ใช้ทดสอบลักษณะของเส้นการไหลและแรงกระทำที่เกิดขึ้นเมื่อเทหวัตถุจมอยู่ในการไหล
- ข้อควรพิจารณา คือ เนื่องจากน้ำมีความหนืดเชิงจลน์ประมาณหนึ่งในสิบของความหนืดเชิงจลน์ในอากาศ ดังนั้น อุโมงค์น้ำจึงเหมาะสำหรับใช้ในการศึกษาหุ่นจำลองที่มีค่า Reynolds number สูง ส่วนอุโมงค์ลมมักจะใช้ในการศึกษาหุ่นจำลองที่มีค่าความเร็วสูง ๆ และความกดอัดเป็นแรงที่กำหนดสภาพการไหล

2) การไหลในท่อ (Pipe flow)

- การไหลในท่อมี่แรงเนื่องจากความหนืดและแรงเนื่องจากความเฉื่อย เป็นตัวกำหนดสภาพของการไหล
- มีความคล้ายคลึงเชิงพลวัต เมื่อหุ่นจำลองและต้นแบบมีความคล้ายคลึงเชิงเรขาคณิตและค่า Reynolds number เท่ากัน

3) โครงสร้างทางชลศาสตร์ (Hydraulic structure)

- แรงกระทำ คือ แรงเนื่องจากความโน้มถ่วงที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงระดับความสูงของผิวน้ำในการไหลและแรงเนื่องจากความเฉื่อย ซึ่งมีค่ามากกว่าแรงเนื่องจากความหนืด หรือแรงเฉือนเนื่องจากการไหลแบบปั่นป่วน
- ความคล้ายคลึงเชิงพลวัตจะเกิดขึ้นเมื่อทั้งหุ่นจำลองและต้นแบบมีความคล้ายคลึงเชิงเรขาคณิตและจะต้องมีค่า Froude number เท่ากัน

4) ความต้านทานเรือ (Ship's resistance)

- ความต้านทานต่อการเคลื่อนที่ของเรือเกิดจากแรงหน่วงเนื่องจากความดัน (Pressure drag), ความฝืดของผิว (Skin friction), และความต้านทานของคลื่น (Wave resistance)
- การศึกษาหุ่นจำลองค่อนข้างยุ่งยากเพราะมี 3 แรง คือ แรงเนื่องจากความเฉื่อย ความหนืด และความโน้มถ่วง

- ศึกษาเกี่ยวกับความฝืดของผิวจะต้องให้ทั้งหุนจำลองและต้นแบบ มีค่า Reynolds number เท่ากัน

- ศึกษาเกี่ยวกับความต้านทานของคลื่นจะต้องให้ค่าของ Froude number เท่ากัน

5) เครื่องจักรกลของไหล (Fluid machinery)

- เนื่องจากเครื่องจักรกลมีส่วนเคลื่อนที่ จึงจำเป็นที่จะต้องมีการกำหนดรูปแบบการไหล ตัวกำหนดนี้จะต้องสัมพันธ์กับอัตราการไหลและความเร็วของส่วนเคลื่อนที่

- เครื่องจักรกลจะมีความคล้ายคลึงเชิงเรขาคณิตได้ต้องมีแผนภาพของเวกเตอร์ความเร็วทั้งที่เข้ามาและออกจากเครื่องจักรกลของหุนจำลองและต้นแบบคล้ายคลึงกันจึงจะเกิดความคล้ายคลึงเชิงพลวัต ซึ่งค่า Reynold number ของหุนจำลองจะแตกต่างกันเพียงกับต้นแบบ 2-3%

ตัวอย่าง 4.2 ในการทดสอบหุนจำลองของเรือซึ่งมีสัดส่วน 1:50 พบว่ามีความต้านทานของคลื่นเท่ากับ 0.02 N เมื่อวิ่งด้วยความเร็ว 1.0 m/s จงคำนวณหาความต้านทานของคลื่นที่จะเกิดกับต้นแบบ และหากกำลังม้าที่ต้องการในการขับเคลื่อนเรือต้นแบบ

แบบฝึกหัดท้ายบท

1. ในการใช้ฝายรูปสามเหลี่ยม ที่มีมุมยอดเท่ากับ θ , วัดค่าอัตราการไหลในทางน้ำเปิดพบว่าอัตราการไหล Q , จะขึ้นอยู่กับความสูงของระดับน้ำเหนือสันฝาย H , ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก g , ความเร็วของน้ำที่ไหลเข้าสู่ตัวฝาย V_o , และมุมยอดของฝาย จงหาสมการทั่วไปของอัตราการไหล
2. จงใช้วิธีการวิเคราะห์มิติหาสมการทั่วไป ของการสูญเสียเสียดต่อหน่วยความยาว ($\Delta h/L$) ของท่อเรียบที่มีการไหลแบบปั่นป่วน สมมติว่าการสูญเสียดังกล่าวขึ้นอยู่กับความเร็ว ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก ความหนืดสัมบูรณ์ และความหนาแน่นของของไหล
3. กำหนดให้อัตราการไหลข้ามฝายไอจีต่อหน่วยความกว้างของฝายขึ้นอยู่กับความสูงของระดับน้ำเหนือสันฝาย ความสูงของสันฝาย และความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก จงหาสมการทั่วไปของอัตราการไหลต่อหน่วยความกว้างของฝาย
4. ในการศึกษาแรงขับเคลื่อนของใบพัดเครื่องบิน โดยสร้างเป็นหุ่นจำลองที่มีความคล้ายคลึงเชิงเรขาคณิตกับต้นแบบ แล้วนำไปทดสอบในอุโมงค์ลม (Wind tunnel) สมมติให้แรงขับเคลื่อนขึ้นอยู่กับความเร็วรอบของการหมุน N , ความเร็วของการเคลื่อนที่ v_o , เส้นผ่านศูนย์กลางของใบพัด D , ความหนืดสัมบูรณ์ของอากาศ, ความหนาแน่นของอากาศ และความเร็วเสียง จงใช้วิธีการวิเคราะห์มิติ หาตัวแปรที่ควรจะนำไปใช้ในการนำเสนอผลการทดลอง
5. จงใช้การวิเคราะห์มิติหาสมการทั่วไปของอัตราการไหลที่เป็นชั้นบาง ๆ ข้ามทางระบายน้ำล้น โดยที่อัตราการไหลขึ้นอยู่กับความสูงของสันฝาย P , ความสูงของระดับน้ำเหนือสันฝาย H , ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก g , ความหนืดสัมบูรณ์, ความหนาแน่น และแรงตึงผิวของของไหล
6. น้ำอุณหภูมิ 0°C ไหลในท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 75 mm ซึ่งวางอยู่ในแนวระดับ ด้วยความเร็วเฉลี่ย 3 m/s ความดันที่ลดลงในระยะทาง 10 m ของท่อกับค่า 14 kPa ถ้าใช้แก๊สไซรีน ($S = 0.68$) ที่ 20°C ในท่อขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 25 mm ซึ่งมีความคล้ายคลึงกันเชิงเรขาคณิตและสภาพการไหลมีความคล้ายคลึงกันเชิงพลวัต จงคำนวณหาความเร็วในการไหลของแก๊สไซรีน และค่าความดันที่ลดลงในระยะทาง 3 m ของท่อนี้
7. ในการทดลองเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ของวาล์วขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 600 mm โดยใช้หุ่นจำลองที่มีความคล้ายคลึงเชิงเรขาคณิตขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 300 mm และใช้อากาศที่ 25°C กับหุ่นจำลอง ถ้าหากวาล์วต้นแบบจะต้องใช้กับน้ำที่ 30°C และมีพิสัย (Range) ของความเร็วระหว่าง 1 ถึง 2.5 m/s จงคำนวณหาพิสัยของอัตราการไหลของอากาศในการทดลอง

8. ลำของน้ำพุ่งออกมาจากช่องเปิดขอบคม (Orifice) ที่อยู่ด้านข้างของถังน้ำ ซึ่งมีผิวน้ำเปิดสู่บรรยากาศ ในการศึกษานี้ได้สร้างหุ่นจำลองสัดส่วน 1:10 และใช้น้ำในการทดลองเช่นเดียวกัน เมื่อทั้งต้นแบบและหุ่นจำลองมีความคล้ายคลึงกันเชิงพลวัต จงคำนวณหาสัดส่วนของอัตราการไหลและแรงที่กระทำต่อถัง
9. หุ่นจำลองของมาตรเวนจูรีที่มีมิติเชิงเส้นเป็น $1/5$ ของต้นแบบ ต้นแบบทำงานกับน้ำที่ 20°C ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของคอคออดเท่ากับ 60 cm และความเร็วที่คอคออดมีค่า 6 m/s ถ้าหุ่นจำลองทำงานกับน้ำที่ 95°C จงหาอัตราการไหลที่จะใช้ในหุ่นจำลองเพื่อให้ได้สภาพความคล้ายคลึงกัน
10. แรงหน่วงของคลื่นที่กระทำต่อหุ่นจำลองของเรือซึ่งแล่นด้วยความเร็ว 3 m/s มีค่าเท่ากับ 16 N ถ้าต้นแบบมีความยาวเป็น 15 เท่าของหุ่นจำลอง จงคำนวณว่าต้นแบบจะแล่นด้วยความเร็วเท่าใด และขนาดของแรงหน่วงที่กระทำจะเป็นเท่าไร เมื่อแล่นในของเหลวชนิดเดียวกันกับหุ่นจำลอง