

บทที่ 2

แรงเนื่องจากของไหลสถิตและแรงลอยตัว

2.1 แรงเนื่องจากของไหลสถิต (Forces Due to Static Fluids)

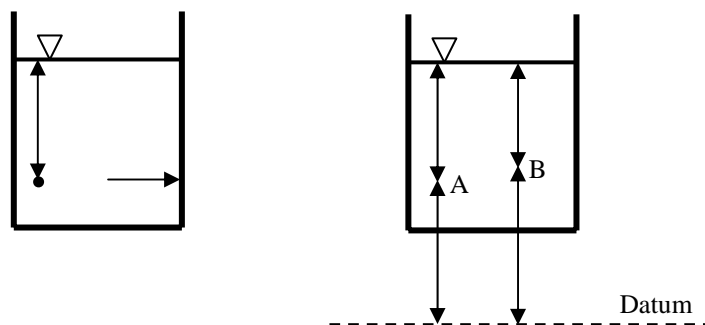
คำนิยามของความดันสถิต

ของไหลสถิต หมายถึงของไหลที่อยู่นิ่ง ซึ่งปัญหาที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยและง่ายกว่าของไหลเคลื่อนที่ (Fluid motion) เนื่องจากไม่มีความเร็วสัมพัทธ์ ระหว่างชั้นบางของของไหล ดังนั้น ในการคำนวณเกี่ยวกับของไหล สถิตจะไม่คำนึงถึงผลที่เกิดจากความหนืด ซึ่งค่าความดันเฉลี่ยในของไหลจะหาได้จากสมการ

ตัวอย่าง 2.1 ลูกสูบทรงกระบอกขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางภายใน 51 mm ถูกกระทำด้วยความดันเกจ 2070 kPa จงคำนวณหาแรงที่กระทำต่อลูกสูบนี้

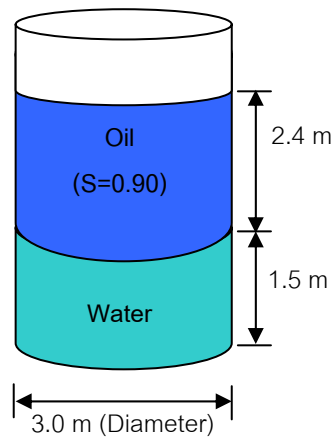
สมการพื้นฐานของของไหลสถิต

ถ้าให้ h เป็นระยะจากผิวของไหลที่มีน้ำหนักจำเพาะ γ จะได้ความดัน คือ



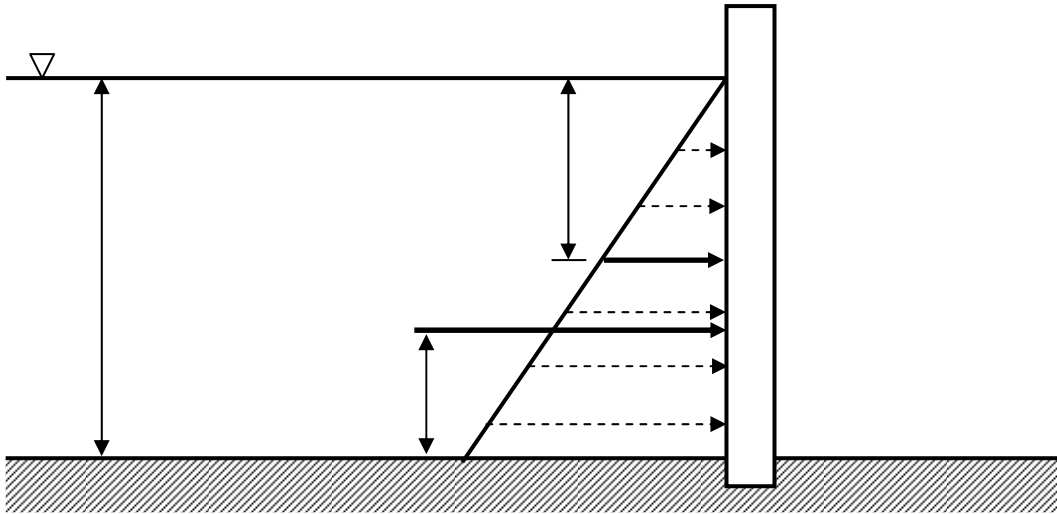
จากรูป เป็นความสูงของของไหลที่ทราบน้ำหนักจำเพาะ และ จะได้

ตัวอย่าง 2.2 จากรูป เมื่อทรงกระบอกนี้เปิดสู่บรรยากาศ จงคำนวณหาแรงที่กระทำต่อด้านล่างของทรงกระบอกนี้



ตัวอย่าง 2.3 นักสมุทรศาสตร์ผู้หนึ่งต้องการออกแบบห้องปฏิบัติการใต้ทะเลให้มีขนาดสูง 5 เมตร และหลังคาจมอยู่ที่ระดับ 100 เมตร จากระดับน้ำทะเล จงคำนวณหาการเปลี่ยนแปลงความดันที่กระทำต่อผนังข้างและที่กระทำต่อหลังคาของห้องนี้ กำหนดให้น้ำทะเลมีความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 1.02

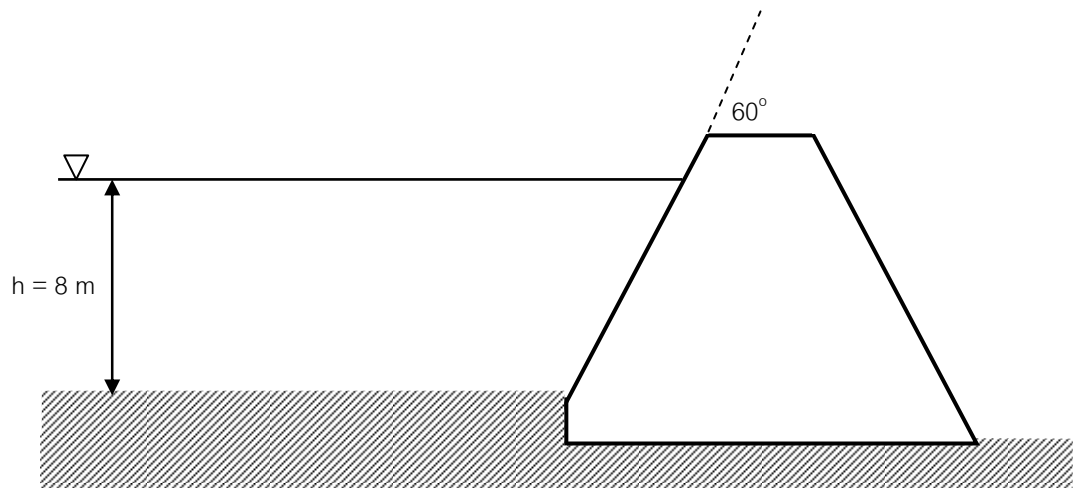
ความดันบนพื้นผิวและแรงที่กระทำต่อพื้นผิวเรียบ



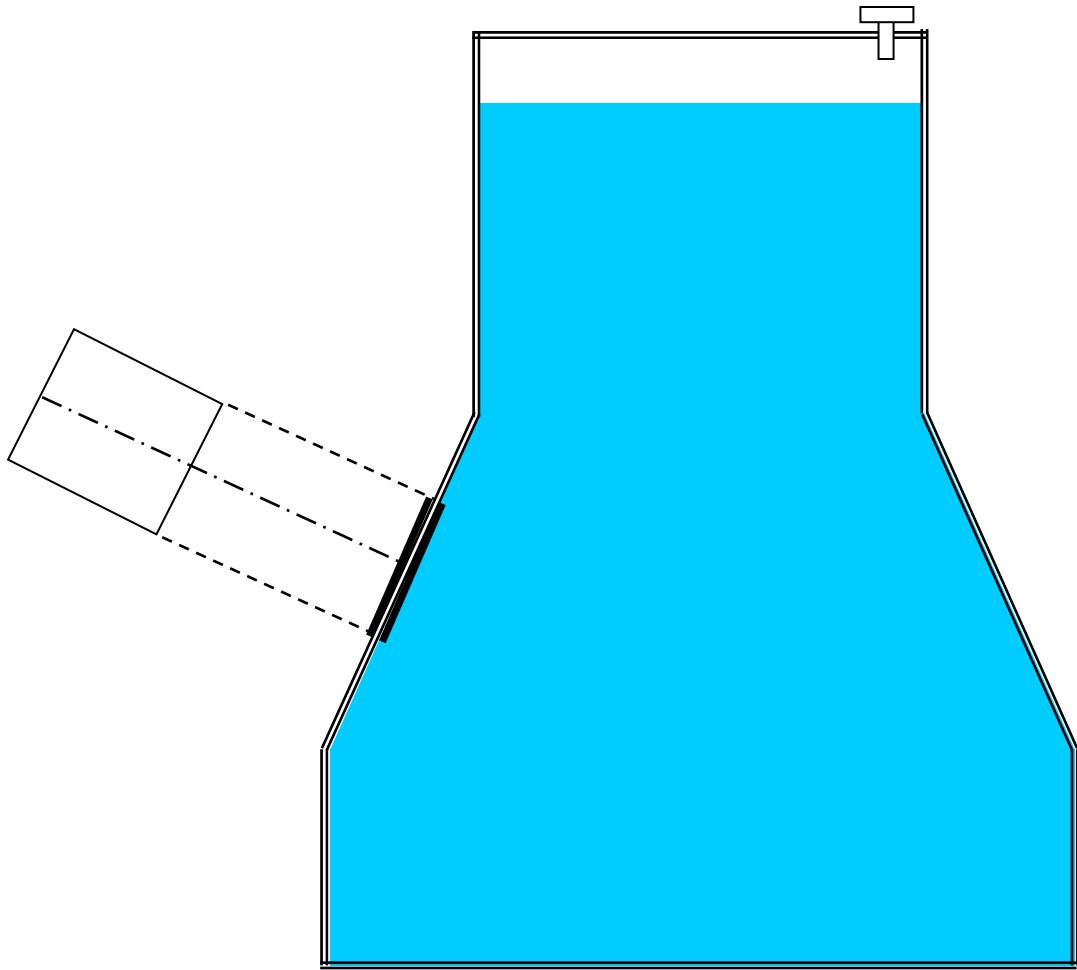
ขั้นตอนการคำนวณหาแรงที่กระทำต่อพื้นผิวเรียบ

ตัวอย่าง 2.4 จากรูปข้างบน เมื่อของเหลวที่พิจารณาคือแก๊สไลน์ ($S = 0.68$) และ $h = 3.7$ m โดยแผ่นผิวเรียบสูง 12.2 m จงคำนวณหาขนาดของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อแผ่นผิวเรียบและตำแหน่งศูนย์กลางของความดัน (Center of pressure)

ตัวอย่าง 2.5 จากรูป เมื่อเขื่อนยาว 30.5 m กั้นน้ำที่สูง 8 m จงคำนวณหาขนาดของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อเขื่อนและตำแหน่งศูนย์กลางของความดัน (Center of pressure)



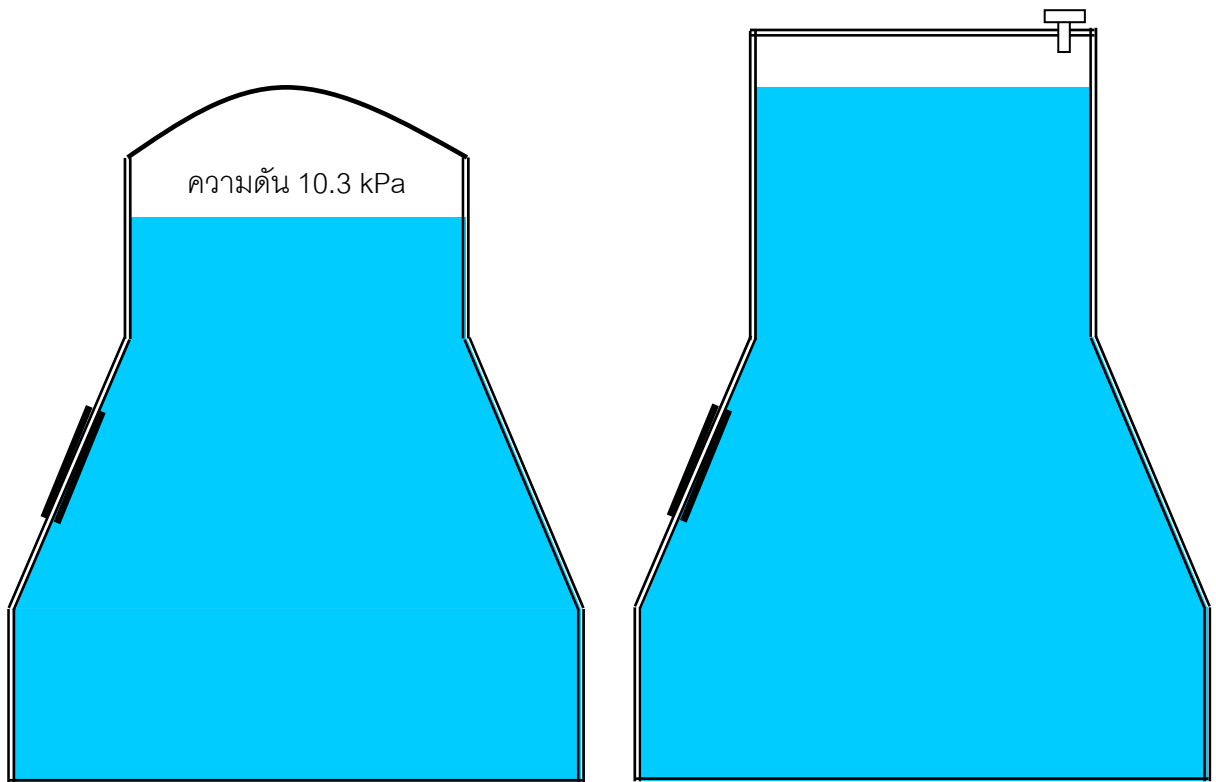
แรงที่กระทำต่อพื้นผิวเรียบที่จมในของเหลว



ขั้นตอนการคำนวณหาค่าแรงที่กระทำต่อพื้นผิวเรียบที่จมในของเหลว

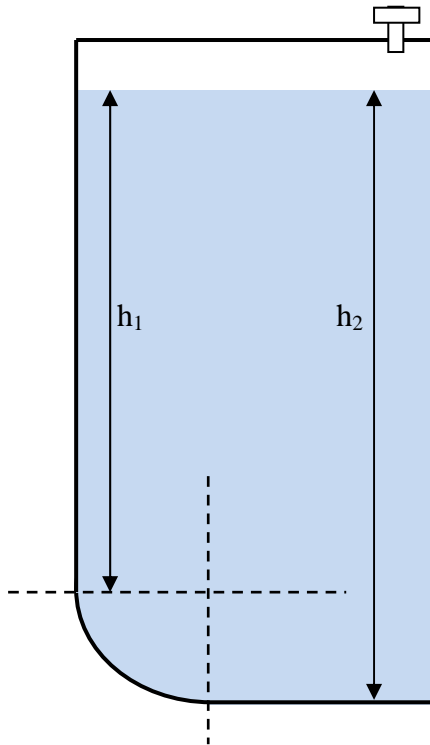
ตัวอย่าง 2.6 จากรูปข้างบน เมื่อถังบรรจุน้ำมันชนิดหนึ่งที่มีความถ่วงจำเพาะ 0.91 แผ่นผิวเรียบสี่เหลี่ยมที่จมน้ำมีขนาด $B = 1.2 \text{ m}$ $H = 0.6 \text{ m}$ $\theta = 60^\circ$ และตำแหน่งเซนทรอย์ของแผ่นผิวเรียบนี้อยู่ที่ความลึก 1.5 m จากผิวของน้ำมัน จงคำนวณขนาดของแรงลัพธ์ (F_R) และตำแหน่งศูนย์กลางของความดัน (Center of Pressure)

Piezometric Head



ตัวอย่าง 2.7 จากรูปข้างบน เมื่อถังบรรจุน้ำมันชนิดหนึ่งที่มีความถ่วงจำเพาะ 0.91 แผ่นผิวเรียบสี่เหลี่ยมที่จมน้ำมีขนาด $B = 1.2 \text{ m}$ $H = 0.6 \text{ m}$ $\theta = 60^\circ$ และตำแหน่งเซนทรอยด์ของแผ่นผิวเรียบนี้อยู่ที่ความลึก 1.5 m จากผิวของน้ำมัน จงคำนวณขนาดของแรงลัพธ์ (F_R) และตำแหน่งศูนย์กลางของความดัน (Center of Pressure) เมื่อความดันเหนือผิวน้ำมันเท่ากับ 10.3 kPa (เกจ)

การกระจายแรงดันบนพื้นผิวโค้ง



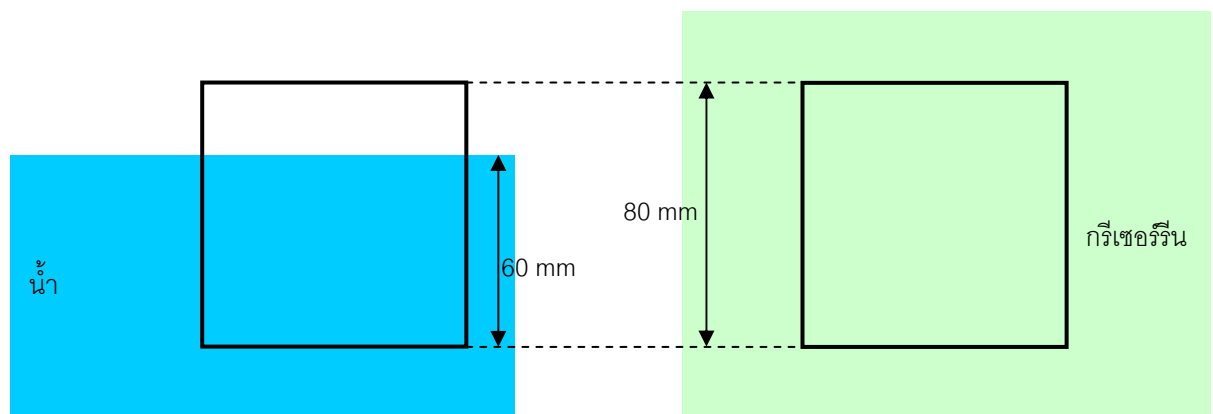
2.2 แรงลอยตัวและความเสถียรของวัตถุ (Buoyancy and Stability)

แรงลอยตัว คือ แรงลัพธ์ที่ของไหลสถิตกระทำต่อเทหวัตถุที่จมหรือลอยอยู่ในของไหลนั้น
แรงลอยตัวจะกระทำขึ้นในแนวตั้งเสมอ

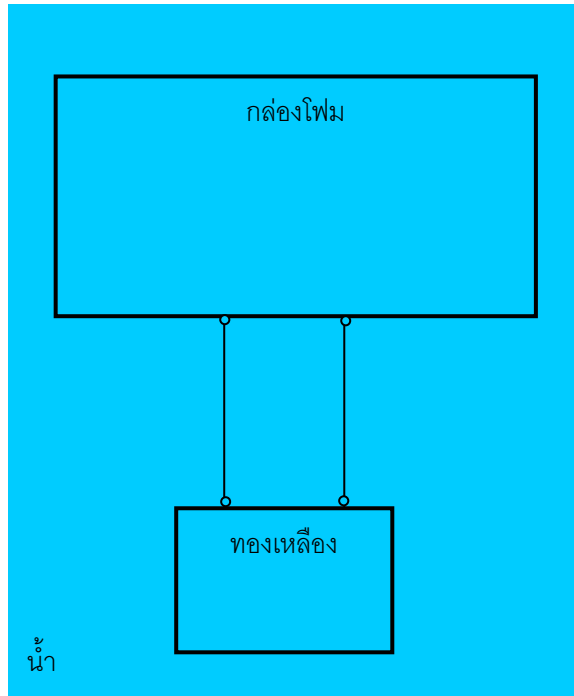
เมื่อ F_b = แรงลอยตัว
 ρ_f = น้ำหนักจำเพาะของของเหลว
 V = ปริมาตรของของเหลวที่ถูกแทนที่โดยเทหวัตถุ (ปริมาตรของเทหวัตถุในส่วนที่จม)

แรงลอยตัวจะกระทำผ่านจุดศูนย์กลางของของเหลวที่ถูกแทนที่ ซึ่งจุดศูนย์กลางของของเหลวที่ถูกแทนที่นี้ เรียกว่า จุดศูนย์กลางของการลอยตัว (Center of buoyancy)

ตัวอย่าง 2.9 เมื่อลูกบาศก์ขนาด 80 mm ลอยอยู่ในน้ำได้ดังรูป (a) จงหาว่าต้องใช้แรงเท่าใดในการทำให้ลูกบาศก์นี้จมในกรีเซอริน (รูป (b)) ที่มีความถ่วงจำเพาะ 1.26 ได้

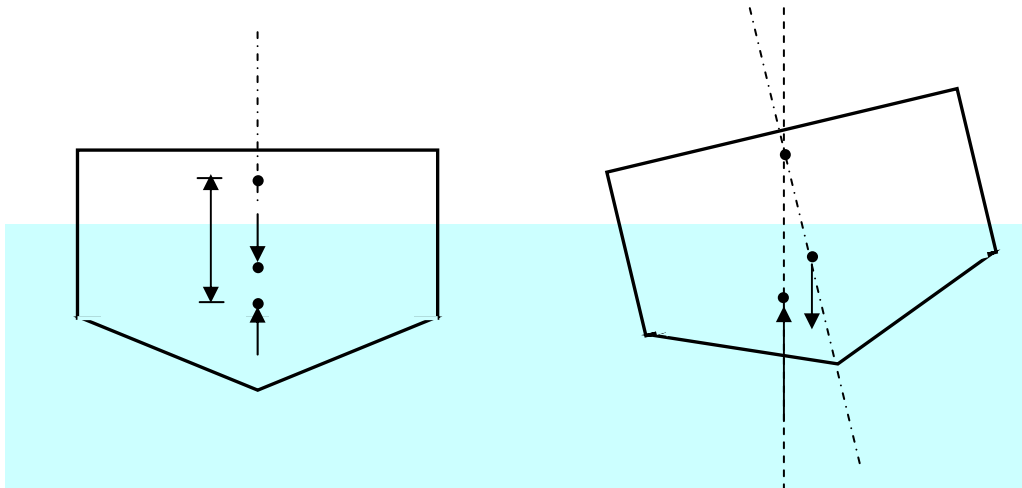


ตัวอย่าง 2.10 เมื่อต้องการที่จะทำให้ลูกบาศก์ทองเหลืองขนาด 152.4 mm หนัก 298.2 N ลอยอยู่ในน้ำได้ จึงจำเป็นที่จะต้องนำกล่องโฟมมาแขวนไว้ดังรูป เมื่อกล่องโฟมนี้หนัก 707 N/m^3 จงหาปริมาตรของกล่องโฟมนี้ที่จะทำให้ลูกบาศก์ทองเหลืองอยู่ในสภาวะสมดุล



ความเสถียรของวัตถุลอยในของไหล

เสถียรภาพของวัตถุที่ลอยและจมในของเหลว ขึ้นอยู่กับตำแหน่งกระทำของแรงลอยตัวและน้ำหนักของวัตถุ ซึ่งวัตถุจะมีเสถียรภาพเมื่อตำแหน่งของจุดศูนย์กลางของการลอยตัว ต้องอยู่เหนือจุดศูนย์กลางถ่วงของวัตถุเสมอ มิฉะนั้นจะไม่มีเสถียรภาพ

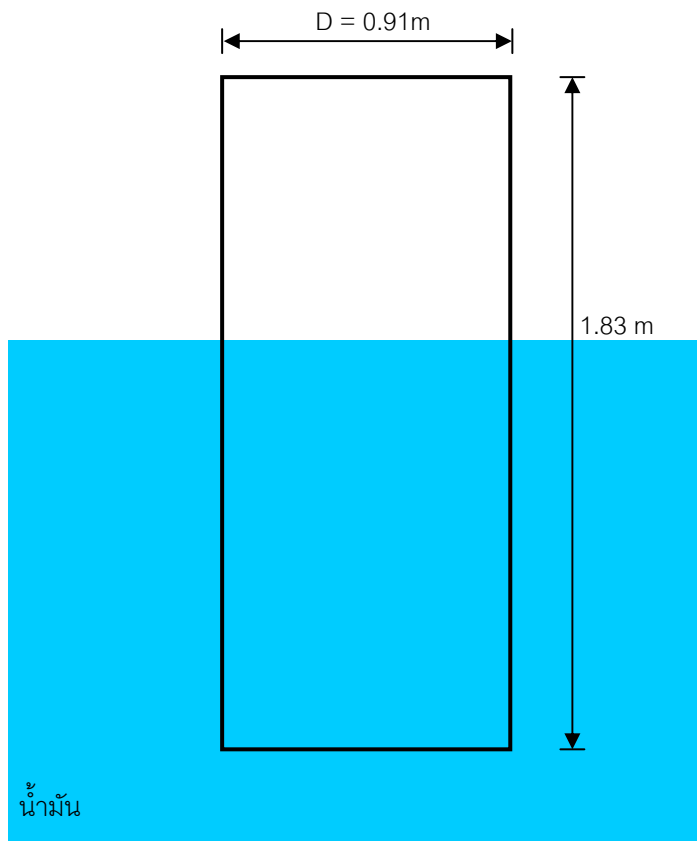


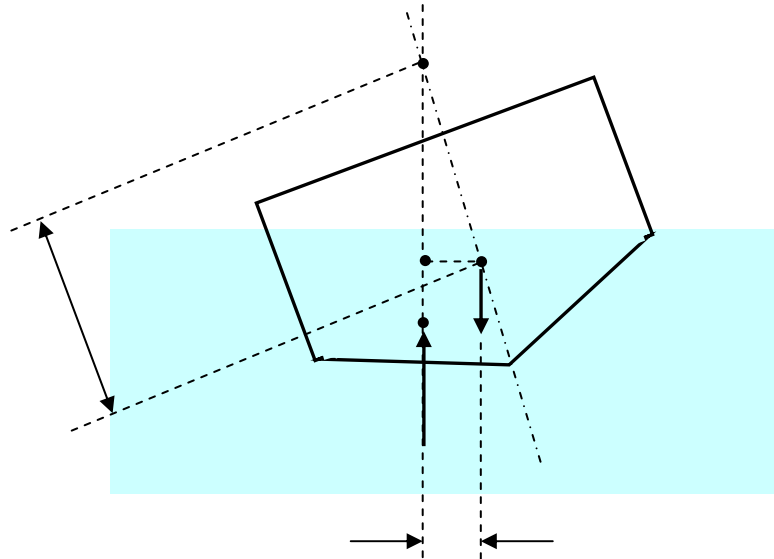
จากรูป ในสภาพสมดุล แรงเนื่องจากน้ำหนักของวัตถุ w กระทำที่จุด cg และแรงลอยตัว F_b กระทำที่จุด cb จะต้องอยู่ในแนวเดียวกัน เมื่อเรือเอียงจากเดิมไปเป็นมุมเล็ก ๆ θ แนวกระทำของแรงลอยตัวจะต้องตัดกับแนวเส้นผ่าศูนย์กลาง (Center line) ของวัตถุที่จุด mc ถ้า θ เข้าใกล้ศูนย์ จุด mc จะเลื่อนเข้าอยู่ในตำแหน่งที่เรียกว่า จุดศูนย์เสถียร (Metacenter; mc)

ระยะจากจุด mc ถึง cb คือระยะ MB ซึ่งสามารถหาได้จากสมการ ดังต่อไปนี้

เมื่อ I คือโมเมนต์ความเฉื่อยที่น้อยที่สุดในหน้าตัดแนวระดับของวัตถุในส่วนที่จมน้ำ ถ้า mc อยู่เหนือ cg วัตถุนั้นจะอยู่ในสภาวะสมดุล ในทางตรงกันข้าม ถ้า mc อยู่ใต้ cg วัตถุนั้นจะอยู่ในสภาวะไม่สมดุล

ตัวอย่าง 2.11 วัตถุทรงกระบอกขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 0.91 m สูง 1.83 mหนัก 6.90 kN เมื่อถูกนำไปลอยในลอยในน้ำมันที่มีความถ่วงจำเพาะเท่ากับ 0.90 จงหาว่าสถานะของทรงกระบอกนี้จะอยู่ในสถานะสมดุลหรือไม่





$MG =$ ความสูงของจุดศูนย์เสถียร (Metacenter height) $= y_{mc} - y_{cg}$

$\theta =$ มุมที่หมุน (Angle of rotation)

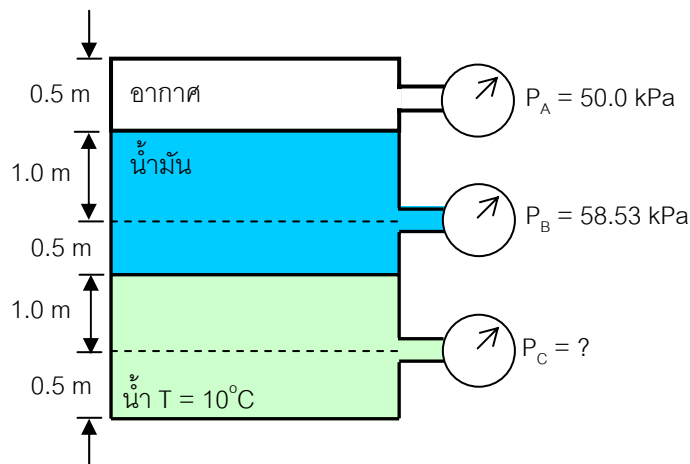
$GH =$ Righting arm

เมื่อวัดเหตุการณ์หมุน ตำแหน่งของจุด cb จะห่างจากเดิมไปเป็นระยะทางในแนวระดับเท่ากับ GH

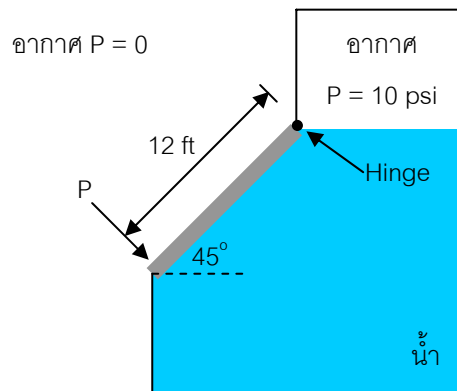
ตัวอย่าง ท่อนไม้ทรงกวย (ความถ่วงจำเพาะ เท่ากับ 0.50) หนัก 90 นิวตัน ลอยตัวอยู่ในของเหลว ความถ่วงจำเพาะ เท่ากับ 0.80 โดยมีปลายแหลมข้างล่าง เมื่อต้องการทำให้ท่อนไม้ทรงกวยนี้จมลงในของเหลวพอดี จึงได้นำเอาแท่งเหล็ก (ความถ่วงจำเพาะ เท่ากับ 7.8) มาผูกที่ปลายกรวย จงคำนวณหา (ก) น้ำหนักของแท่งเหล็ก และ (ข) ความตึงในเส้นเชือกที่ใช้ผูก

แบบฝึกหัดท้ายบท

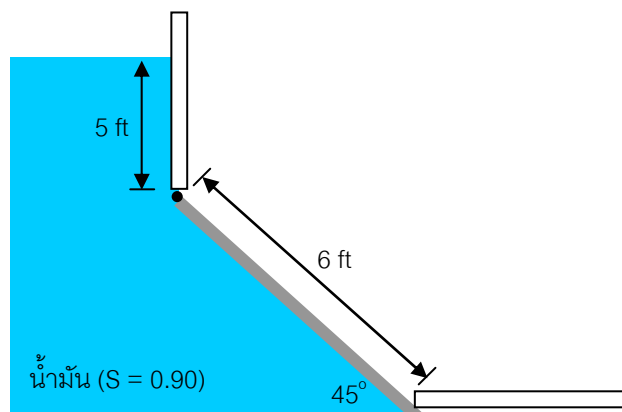
- จงคำนวณหาความดันของถังที่บรรจุน้ำมัน ซึ่งเปิดสู่บรรยากาศ ณ ความลึก 8 ft (2.4 m) วัดจากผิวน้ำมัน กำหนดให้ น้ำมันมีน้ำหนักจำเพาะ 1.66 slug/ft^3 (855.6 kg/m^3)
- ถ้าความดัน ณ ความลึก 10 ft (3 m) จากผิวของเหลวที่เปิดสู่บรรยากาศ มีค่า 20 psi (140 kPa) จงคำนวณหาน้ำหนักจำเพาะและความถ่วงจำเพาะของของเหลวชนิดนี้
- จากรูปจงหาว่าที่เครื่องวัดความดัน C จะอ่านค่าได้เท่าไร



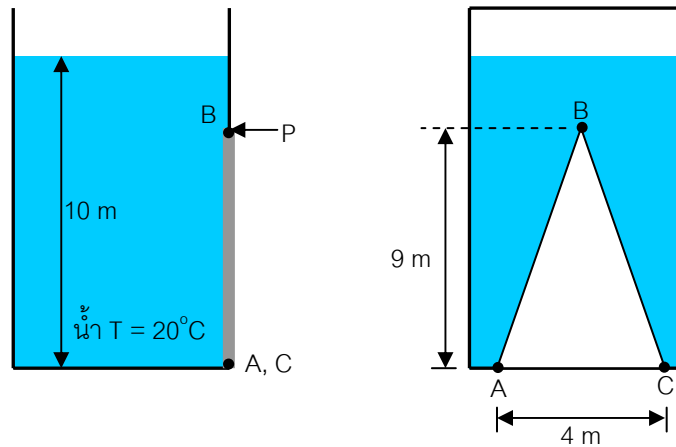
- จงคำนวณหาแรง P ที่น้อยที่สุดที่กระทำต่อแผ่นระนาบเรียบจัดรูขนาด 12 ft หน้า 500 lb ที่ปิดถังน้ำภายใต้ความดัน 10 psi ให้อยู่ในสภาวะปิดดังรูป



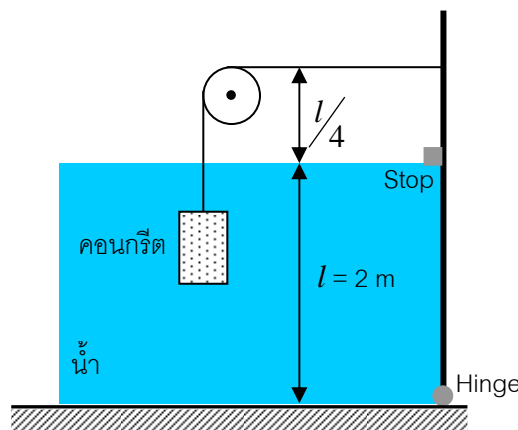
- จงหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ที่กระทำต่อแผ่นระนาบเรียบขนาด 6 ft x 10 ft



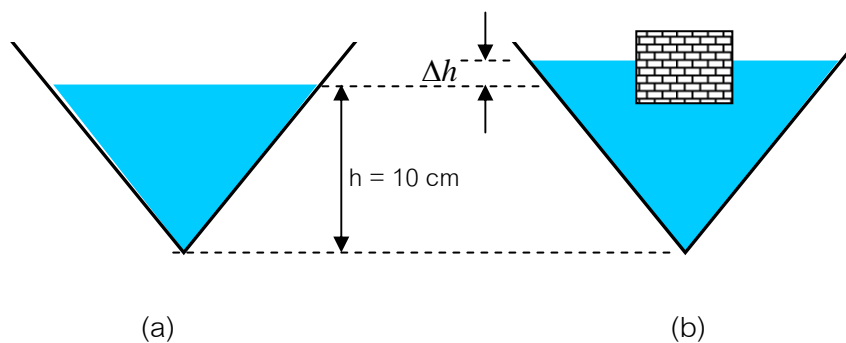
6. ประตูน้ำรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูปข้างล่าง จงคำนวณหาแรงที่กระทำต่อประตูและแรง P ที่จะทำให้ประตูปิดสนิท



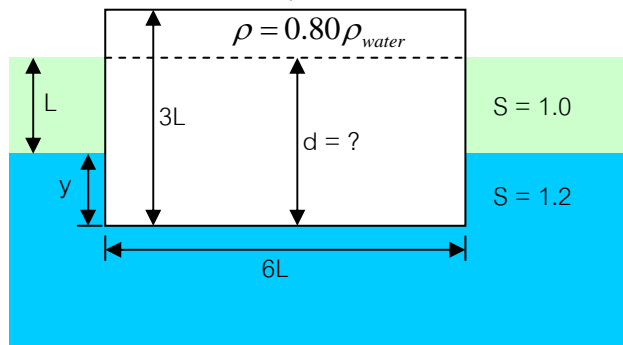
7. จงหาปริมาตรของคอนกรีตที่น้อยที่สุด (น้ำหนักจำเพาะคอนกรีต = 23.6 kN/m^3) ที่จะทำให้ประตูน้ำขนาดความกว้าง (W) 1 m และความสูง (l) 2 m ปิดได้อย่างสนิท



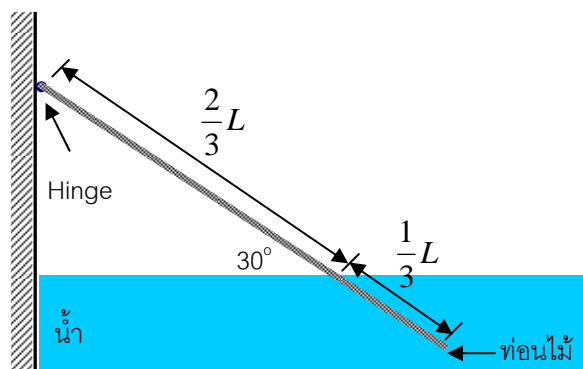
8. จากรูปในข้อ 7 จงหาปริมาตรของคอนกรีตที่น้อยที่สุด (น้ำหนักจำเพาะคอนกรีต = 150 lb/ft^3) ที่จะทำให้ประตูน้ำขนาดความกว้าง (W) 2 ft และความสูง (l) 5 ft ปิดได้อย่างสนิท
9. จากรูป (a) เป็นสภาวะเริ่มต้น ซึ่งมีปริมาณของน้ำที่บรรจุอยู่เท่ากับ $V = \frac{\pi}{3} h^3$ เมื่อนำกล่องวัตถุมาลอยดังรูป (b) จงหาระดับน้ำที่เพิ่มสูงขึ้น (Δh) เมื่อกล่องวัตถุมีปริมาตร 200 cm^3 และความถ่วงจำเพาะ 0.5



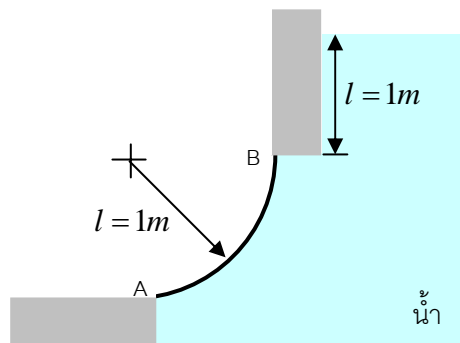
10. จากรูป จงคำนวณหาค่า d เมื่อวัตถุทรงสี่เหลี่ยมลอยบนของเหลว



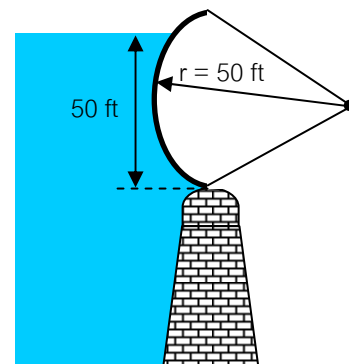
11. จากรูป เมื่อท่อนไม้ที่ถูกยึดไว้กับกำแพงด้านหนึ่ง ลอยอยู่บนน้ำด้วยสภาวะสมดุลระหว่างน้ำหนักของท่อนไม้และแรงลอยตัว จงหาความหนาแน่นของท่อนไม้



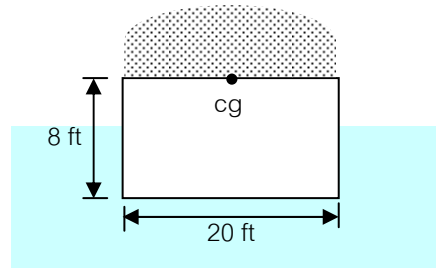
12. (a) จงหาขนาดและทิศทางของแรงในแนวดิ่งที่กระทำต่อประตูบานโค้ง AB เมื่อ $l = 1 \text{ m}$
 (b) จงหาขนาดและทิศทางของแรงในแนวระดับที่กระทำต่อประตูบานโค้ง AB
 (c) จงหาแรงลัพท์ที่กระทำต่อประตูบานโค้ง AB



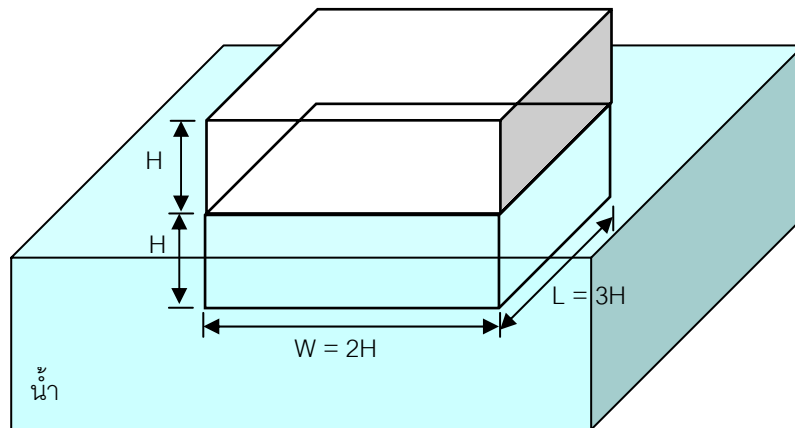
13. จงคำนวณหาแรงที่กระทำต่อประตูน้ำบานโค้งซึ่งยาว 40 ft



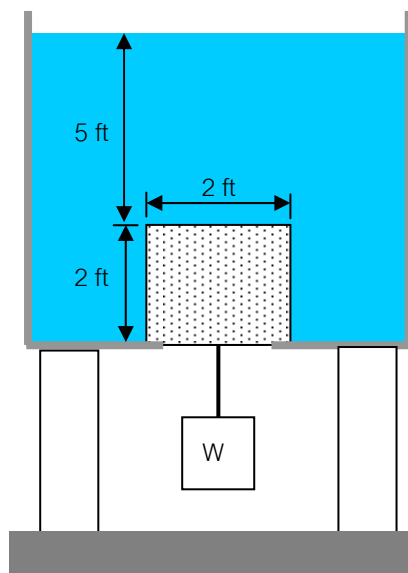
14. เรือขนาดกว้าง 20 ft และยาว 50 ft บรรทุกทรายไว้ดังรูป กำหนดให้จุด cg ของทั้งเรือและทรายอยู่ตามแนวเส้นศูนย์กลาง (Center Line) ด้านบนของเรือ โดยน้ำหนักของเรือและทรายรวมกันได้ 400,000 lb จงหาว่าเรือนี้จะยังคงตั้งตรงหรือจะพลิกคว่ำ



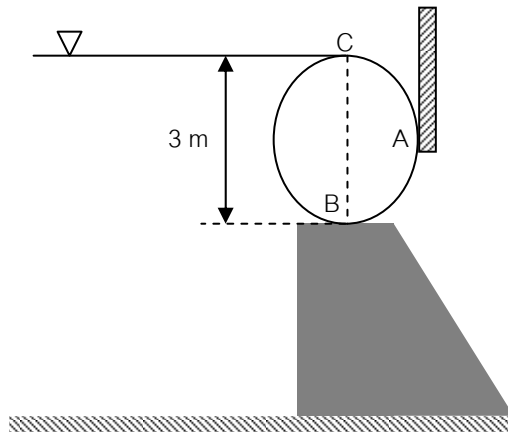
15. ไม้ทรงกระบอกขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 1 m และยาว 1 m มีน้ำหนักจำเพาะ 8000 N/m^3 จงหาว่าท่อนไม้จะสามารถลอยในแนวตั้งได้หรือไม่
16. จากรูป จงแสดงว่ากล่องในนี้อยู่ในสภาวะเสถียรภาพหรือไม่



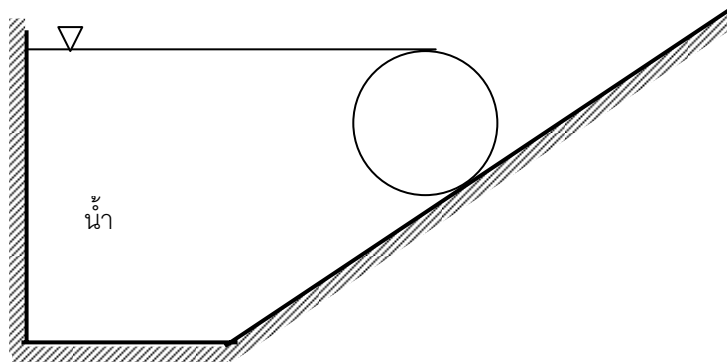
17. ถังน้ำรูปทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีช่องเปิดด้านล่างขนาดเล็กกว่า 2 ft x 2 ft เพียงเล็กน้อย ซึ่งถูกปิดไว้ด้วยกล่องไม้ดังรูป จงคำนวณหาน้ำหนัก w ที่จะต้องใช้เพื่อให้กล่องไม้ปิดช่องด้านล่างได้อย่างสนิท กำหนดให้ น้ำหนักจำเพาะของไม้ 40 lb/ft^3



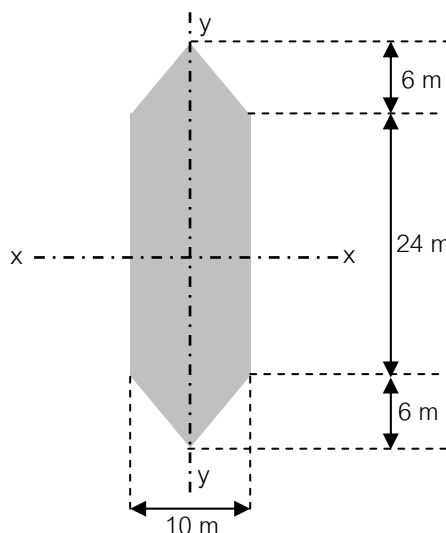
18. ประตูน้ำทรงกระบอกขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 3 m ยาว 6 m อยู่ในสภาพน้ำเต็มพอดีดังรูป ประตูนี้วางอยู่บนฐานที่จุด B และด้านขวามือสัมผัสกับผนังที่จุด A สัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่ A เท่ากับ 0.15 จงคำนวณหาน้ำหนักที่น้อยที่สุดของประตูนี้ที่จะไม่ทำให้ประตูลอยขึ้น โดยสมมติว่าแรงกระทำของน้ำผ่านจุด B และประตูไม่มีการหมุนกลิ้ง

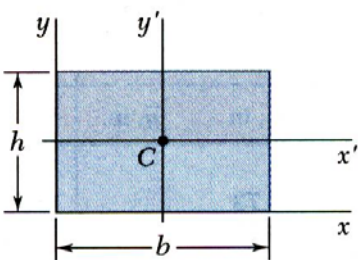
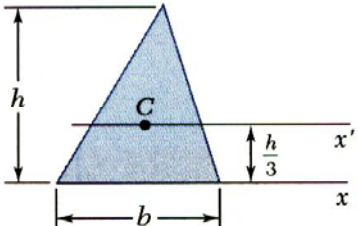
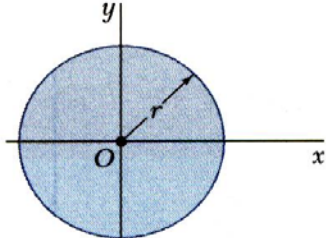
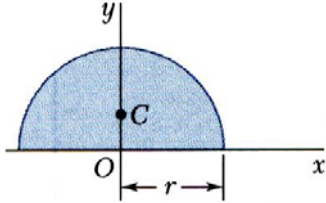
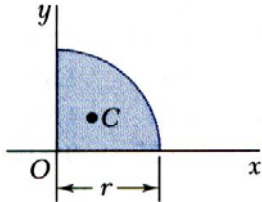
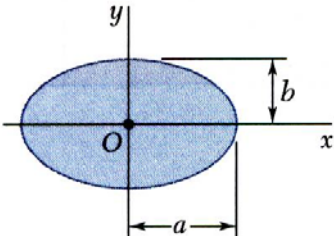


19. จากรูป ทรงกระบอกขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 4 m จงคำนวณหาขนาดของแรงประกอบในแนวระดับและแนวตั้ง



20. เรือลำหนึ่งหนัก 1000 ตัน มีพื้นที่ภาคตัดขวางตามแนวระดับผิวน้ำ ดังแสดงในรูป จุดศูนย์กลางของการลอยตัวอยู่ต่ำกว่าระดับผิวน้ำ 2.0 m และจุดศูนย์กลางถ่วงอยู่ต่ำกว่าผิวน้ำ 0.5 m จงคำนวณหาค่าความสูงของจุดศูนย์เสถียร เมื่อเรือโคลงรอบแกน y-y และเมื่อเรือกระดกรอบแกน x-x



Rectangle		$\bar{I}_{x'} = \frac{1}{12}bh^3$ $\bar{I}_{y'} = \frac{1}{12}b^3h$ $I_x = \frac{1}{3}bh^3$ $I_y = \frac{1}{3}b^3h$ $J_C = \frac{1}{12}bh(b^2 + h^2)$
Triangle		$\bar{I}_{x'} = \frac{1}{36}bh^3$ $I_x = \frac{1}{12}bh^3$
Circle		$\bar{I}_x = \bar{I}_y = \frac{1}{4}\pi r^4$ $J_O = \frac{1}{2}\pi r^4$
Semicircle		$I_x = I_y = \frac{1}{8}\pi r^4$ $J_O = \frac{1}{4}\pi r^4$
Quarter circle		$I_x = I_y = \frac{1}{16}\pi r^4$ $J_O = \frac{1}{8}\pi r^4$
Ellipse		$\bar{I}_x = \frac{1}{4}\pi ab^3$ $\bar{I}_y = \frac{1}{4}\pi a^3b$ $J_O = \frac{1}{4}\pi ab(a^2 + b^2)$

คำตอบ

1. $\Delta P = 2.97 \text{ psi}$, $\Delta P = 20.14 \text{ kPa}$
2. น้ำหนักจำเพาะ = 288 lb/ft^3 (46.67 kN/m^3)
ความถ่วงจำเพาะ = 4.62 (4.77)
3. $P_c = 72.6 \text{ kPa}$
4. $P = 128,920 \text{ lb}$
5. $F_1 = 16,848 \text{ lb}$, $F_2 = 7,148 \text{ lb}$, $F_T = 23,996 \text{ lb}$ กระทำได้จุดหมุน = 3.3 ft
6. แรงที่กระทำต่อประตู = 1.236 MN
แรง P ที่จะทำให้ประตูปิดสนิท = 323.7 kN
7. ปริมาตร = 0.381 m^3
8. ปริมาตร = 4.74 ft^3
9. $\Delta h = 0.309 \text{ cm}$
10. $d = 2.167 \text{ L}$
11. น้ำหนักจำเพาะของไม้ = $5,450 \text{ N/m}^3$
12. $F_V = 17,515 \text{ N}$, $x = 0.467 \text{ m}$, $F_H = 14,715 \text{ N}$, $y_{cp} = 1.555 \text{ m}$, $F_R = 22,876 \text{ N}$, $\theta = 40^\circ 2'$
13. $F_R = 3,120,000 \text{ i} + 565,344 \text{ j lb}$ กระทำที่จุดศูนย์กลางของประตูบานโค้ง
14. เรือนี้จะยังคงตั้งตรง
15. ไม่สามารถตั้งตรงในแนวตั้งได้
16. สภาวะไม่เสถียรภาพในแนวตามยาว แต่อยู่ในสภาวะเสถียรภาพตามแนวทแยง
17. ไม่จำเป็นต้องใช้ W เพราะไม่มีแรงลอยตัวในระบบ
18. น้ำหนักที่น้อยที่สุดของประตูนี้ที่จะไม่ทำให้ประตูลอยขึ้น = 168.38 kN
19. แรงประกอบในแนวระดับ = 68.1 kN/m และแรงประกอบในแนวตั้ง = 100.5 kN/m
20. ความสูงของจุดศูนย์เสถียรรอบแกน $y-y = 0.75 \text{ m}$
ความสูงของจุดศูนย์เสถียรรอบแกน $x-x = 21.9 \text{ m}$